Quantität

Stephen Houlgate, University of Warwick

In seiner *Wissenschaft der Logik* (WdL) befasst sich Hegel mit den Grundkategorien des Denkens − Kategorien, die mit den Grundbestimmungen des Seins zusammenfallen. Seine spekulative Logik ist daher zugleich eine Metaphysik, bzw. Ontologie (vgl. GW 21, 7).[1] Am Ende des ersten Abschnittes der WdL weist Hegel nach, dass die logische Entwicklung des unmittelbaren Seins, d. h. der Qualität, die Quantität notwendig macht. Hauptthema des zweiten Abschnittes ist daher nicht die menschliche Praxis der quantitativen Naturwissenschaft oder der Mathematik, sondern die Kategorie der Quantität als solcher, die sowohl dem Denken als auch dem Sein angehört. Der Begriff der Quantität, wie ihn Hegel konzipiert, führt zwar zu wichtigen Einsichten in die Natur der Mathematik, vor allem des Differentialkalküls; was uns Hegel im zweiten Abschnitt der WdL anbietet, ist jedoch in erster Linie nicht eine Philosophie der Mathematik, sondern eine logisch-ontologische Darstellung der Quantität an und für sich.

1. *Von der Qualität zur Quantität*

In der Mathematik, behauptet Hegel, wird die Quantität oder Grösse gewöhnlich als etwas, das „sich *vermehren* oder *vermindern* läßt", definiert (GW 21, 175). Das Problem mit dieser Definition ist klar zu sehen: es wird in ihr eben diejenige Bestimmung verwendet, die zu definieren ist, nämlich die Grösse selbst, denn „vermehren" und „vermindern" heißen eben „die Grösse verändern". In der Mathematik also, von Hegels Standpunkt, wird die Größe als etwas definiert, dessen *Größe* verändert werden kann − eine Definition, die gerade die Hauptsache verfehlt. Um den wahren Begriff der Quantität oder Größe zu gewinnen, muss sie daher so definiert werden, dass sie nicht selbst als Teil ihrer eigenen Definition vorausgesetzt wird. Ja in der spekulativen Philosophie, wie sie Hegel konzipiert, sollen alle

[1] Siehe auch Houlgate (2006), S. 115 ff. Nach Stekeler-Weithofer expliziert Hegel „die notwendigen *Voraussetzungen* einer schon als bekannt unterstellten Praxis der Rede über abstrakte Gegenstände". Diese Gegenstände setzen wiederum selbst „eine gewisse *abstraktionsstheoretische Konstitution*" − vermutlich durch das Denken in der Rede − „eines gesamten Gegenstands- und Existenz*bereiches* voraus" (Stekeler-Weithofer [2002], S. 53–5]). Inwiefern jedoch nach Stekeler-Weithofer solche Gegenstände nicht bloß in der menschlichen Rede, sondern durch das Sein selbst, „konstituiert" werden und Hegels Logik daher im vollen Sinne eine Ontologie ist, bleibt ungeklärt.

herkömmlichen Definitionen der Kategorien beiseitegesetzt und diese Kategorien von einer abstrakten und gänzlich voraussetzungslosen Anfangsbestimmung − dem reinen Sein − abgeleitet werden.[2] In der WdL also wird die Quantität von diesem reinen Sein, das selbst zunächst die Form der Qualität annimmt, abgeleitet und in ihrem logischen Unterschied zur Qualität verstanden.

Eine qualitative Bestimmtheit macht das Sein von etwas aus: etwas *ist* eben, wie es qualitativ bestimmt ist. Etwas kann ja seine Bestimmtheit verändern und dabei seine Identität bewahren (vgl. GW 21, 106; 111–12). Es muss aber auch eine Bestimmtheit haben, die seine qualitative Grenze ausmacht, und wenn diese Bestimmtheit verändert wird, hört das Etwas auf, es selbst zu sein, und es wird ein anderes Etwas (vgl. GW 21, 114; 174).

Eine quantitative Grenze hingegen ist anders zu verstehen. Eine bestimmte Quantität, oder ein Quantum, gilt als Grenze an einem Etwas, indem sie andere Quanta ausschließt: etwas kann nicht zugleich 2 *und* 3 Kilo wiegen (vgl. GW 21, 191–4). Diese Grenze ist aber eine „Bestimmtheit, die dem Seyn gleichgültig geworden“ ist (GW 21, 173). Sie ist dem Sein „gleichgültig“, insofern etwas diese Bestimmtheit immer verändern kann, ohne selbst etwas Anderes zu werden: etwas kann schwerer oder leichter werden, ohne aufzuhören, es selbst zu sein. Um ein anderes Beispiel zu geben: „Ein Roth, das intensiver oder schwächer ist, ist immer Roth; wenn es aber seine Qualität änderte, so hörte es auf Roth zu sein, es würde Blau u.s.f.“ (GW 21, 174).[3]

Eine quantitative Bestimmtheit ist also dem Sein gleichgültig und äußerlich. Sie gehört wohl zum Sein von etwas und ist in dieser Hinsicht eine ontologische, nicht bloß konventionelle von Menschen in die Dinge hineininterpretierte Bestimmung. Sie macht jedoch nicht das bestimmte qualitative Sein von etwas aus und kann daher immer verändert werden, ohne dieses Etwas in ein anderes zu verwandeln (es sei denn, die quantitative Bestimmtheit gilt nicht mehr als rein quantitativ, sondern vielmehr als Maß des jeweiligen Dinges [vgl. GW 21, 329–30]).

Hegel fügt hinzu, dass eine quantitative Bestimmtheit nicht nur dem Sein, sondern auch sich selbst äußerlich ist: „die Bestimmtheit [ist] überhaupt *ausser sich*, ein sich schlechthin *äusserliches* und Etwas ebenso äusserliches“ (GW 21, 173). Wie aber ist dieses Sich-äußerlich-sein der Quantität zu verstehen? Um Hegels Aussage

[2] Siehe Houlgate (2006), S. 29 ff.
[3] Siehe auch Houlgate (2014a), S. 17, und Winfield (2012), S. 135.

aufzuhellen, müssen wir jetzt den logischen Übergang von der Qualität zur Quantität genauer untersuchen.

1.1. Vom Sein zum Fürsichsein

Qualitatives Sein ist auf mindestens dreifache Weise zu verstehen. Zuerst ist es das reine Sein, das noch nicht explizit qualitativ, sondern völlig unbestimmt ist. Dieses reine Sein verschwindet in seiner Unbestimmtheit und Leere unmittelbar in seinem Gegenteil, dem Nichts, und ist daher als solches Verschwinden selbst, oder das Werden, zu verstehen (vgl. GW 21, 68–70). (Nach Hegel ist das reine unmittelbare Sein keine bloße Fiktion, wie etwa bei Nietzsche; sie erweist sich gerade in ihrer Unmittelbarkeit als Werden.)[4]

Zweitens sinkt das Werden ins Dasein zusammen, welches die einfache Einheit von Sein und Nichtsein ist. Das Moment des Nichtseins im Dasein macht dessen *Bestimmtheit* aus (vgl. GW 21, 97). Dasein ist also bestimmtes Sein, oder Qualität im eigentlichen Sinne, insofern es nicht bloß reines Sein ist, sondern affirmatives, reales Sein, das zugleich die Negation von anderem realen (und auch negativen) Sein ist. Bestimmtes Sein ist daher als Negation immer nur eine Seite oder ein Moment eines qualitativen Unterschiedes.

Drittens ist das Sein Dasein, das sich in seiner Bestimmtheit auf sich selbst bezieht und als solches nicht nur Dasein, sondern *Etwas* ist. Etwas ist also weder bloß unmittelbares Sein, noch bloß bestimmtes von anderem Dasein unterschiedenes Dasein, sondern sich auf sich beziehendes Dasein oder ein „*Daseyendes*" (GW 21, 103). Die logische Struktur von Etwas besteht daher darin, eine Negation zu sein, weil es bestimmt ist, aber zugleich nicht nur eine Negation zu sein, weil es nicht nur in negativer Beziehung auf etwas Unterschiedenes, sondern auch in Beziehung auf sich selbst steht. Mit anderen Worten ist Etwas eine Negation, die keine bloße Negation ist, oder „die *erste Negation der Negation*" (GW 21, 103). Die einfache Negation, die die Bestimmtheit als solche ausmacht, bezieht sich auf eine unterschiedene Bestimmtheit; die gedoppelte Negation hingegen bezieht sich auf sich selbst und bildet dadurch eine Sphäre des Insichseins oder Etwasseins.

[4] Zur Dialektik vom Sein und Nichts, siehe Houlgate (2014b). Für eine Analyse der Logik der Qualität vom reinen Sein bis zur wahren Unendlichkeit, siehe Houlgate (2006), S. 263–441.

Dennoch ist Etwas noch Dasein oder *bestimmtes* Sein, das sich auf sich selbst bezieht, und aus diesem Grunde bezieht es sich auch auf ein anderes, unterschiedenes Etwas. Jedes Etwas enthält also das Moment des Seins-für-Anderes; oder, wie Hegel es ausdrückt, „Etwas verhält sich *so aus sich selbst* zum Anderen" (GW 21, 113). Indem Etwas ferner die explizite Negation dieses Anderen oder „*das Aufhören eines Anderen an ihm*" ist, macht es die Grenze des Anderen aus: wo das Etwas anfängt, hört das Andere auf, und in diesem Sinne wird das Andere durch das erste Etwas begrenzt (GW 21, 113–14). Ebenso wird aber das erste Etwas durch das andere begrenzt, und beide Etwas in der Beziehung erweisen sich auf gleiche Weise als Begrenzte. Die Bestimmtheit oder Qualität, wodurch Etwas ein anderes ausschließt und diesem eine Grenze setzt, macht daher die Grenze des Etwas selbst aus, jenseits welcher es aufhört, es selbst zu sein.

Solche Etwas sind auch als endliche Wesen zu verstehen. Endlich sind sie jedoch, insofern sie nicht bloß begrenzt sind, sondern jedes sich durch sein eigenes Dasein über seine Grenze hinausschickt und sich dabei zu seinem Nichtsein und Ende bringt (vgl. GW 21, 115–16). Endliche Etwas werden also nicht bloß durch andere Dinge zerstört, wie z. B. Spinoza behauptet[5], sondern sie negieren und zerstören sich selbst. Endliche Dinge, als Etwas überhaupt, beziehen sich auf sich selbst und weisen dadurch die Struktur des Insichseins auf; dazu kommt aber auch, „daß sie als *negativ* sich auf sich selbst beziehen" (GW 21, 116) und demnach in ihrem Insichsein sich selbst zugrunde richten.

Im Gegensatz zu endlichem Sein bezieht sich unendliches Sein rein affirmativ auf sich selbst. Es ist das Sein, das sich nicht mehr zerstört, sondern *ist* und nie zu sein aufhört: „das Affirmative, das *Seyn*, das sich aus der Beschränktheit wieder hergestellt hat" (GW 21, 125). Wie bekannt, liegt solches unendliche Sein für Hegel nicht jenseits des Endlichen. Es ist vielmehr das Sein, das *im* Vergehen des Endlichen nicht vergeht, sondern immer mit sich selbst zusammengeht und nie sein Ende erreicht. Wenn aber unendliches Sein in der Tat im Felde des Endlichen gegenwärtig ist, dann ist es notwendig mit dem Dasein, der Negation und der Bestimmtheit zusammenzudenken. Mit anderen Worten muss die Unendlichkeit als eine Qualität des Endlichen selbst gedacht werden (vgl. GW 21, 137).[6]

---

[5] Vgl. Spinoza (1925): 2, 145 [*Ethica* IIIP4].
[6] Siehe auch Houlgate (2006), S. 423–7.

Das unendliche Sein ist also von dem Dasein, der Negation und der Bestimmtheit untrennbar: es ist die Unendlichkeit gerade *des* bestimmten, unterschiedenen Daseins, *des* begrenzten Etwas. Unendliches Sein ist jedoch selber nicht bloß bestimmtes Dasein, nicht bloße Negation, sondern die „Negation der Negation", d. h. „die sich auf sich beziehende Negation". Solches unendliche Sein, das mit dem endlichen Sein eins ist, ist, in seiner Unmittelbarkeit gedacht, „Daseyn, welches *Fürsichseyn* genannt wird" (GW 21, 137). Mit dem Eintritt dieses Begriffs des Fürsichseins nähern wir uns nun dem Übergang vom qualitativen zum quantitativen Sein.

1.2. Das Eins und die vielen Eins

Das Fürsichsein ist „die absolute Vereinigung der Beziehung auf Anderes und der Beziehung auf sich" (GW 21, 151–2). Es ist durchaus bestimmt und dadurch die Negation und Grenze alles anderen Daseins; zugleich aber ist es bestimmt gerade durch seine unendliche Beziehung auf sich selbst. Einfaches Dasein ist explizit von anderem Dasein unterschieden und hat seine Bestimmtheit und Identität in seinem Unterschied vom anderen. Fürsichseiendes hingegen hat seine Bestimmtheit und Identität in seiner reinen Beziehung auf sich; durch diese Beziehung auf sich schließt es anderes Dasein aus, und es ist durch dieses Ausschließen bestimmt. Solches Ausschließen ist Negation, Abhalten des Anderen von sich; es berührt aber nichts *Anderes*, sondern es ist die Bewegung des Insichselbstzurückkehrens; Anderes wird also dadurch ausgeschlossen, dass das Fürsichseiende *in sich* gekehrt ist (vgl. GW 21, 152). Diese Einheit der Bestimmtheit und Negation mit der reinen Beziehung auf sich macht ferner die logische Struktur des fürsichseienden *Eins* aus. Das Eins ist also „die Bestimmtheit, welche Beziehung auf sich selbst ist, absolutes Bestimmtseyn". Es ist „sich auf sich beziehende Negation": „eine Richtung von sich ab hinaus auf Anderes, die aber unmittelbar umgewendet […] und die in sich zurückgekehrt ist" (GW 21, 152).

Das Eins wird von Hegel auf dreifache Weise verstanden. Erstens, als rein sich auf sich beziehendes Fürsichsein hat es nichts außer sich als das Leere (vgl. GW 21, 153). Zweitens aber, befindet es sich von anderem Dasein umgeben, das selber Fürsichsein oder Eins ist; „das Eins ist somit *Werden zu vielen Eins*" (GW 21, 155). Jedes Eins stößt jedoch jedes andere Eins von sich ab und ist eben, durch diese Repulsion der anderen Eins von sich, sich auf sich allein beziehendes Eins. Die gegenseitige

Repulsion der Eins ist also eine Beziehung zwischen ihnen, die zugleich in der Tat reine Beziehungslosigkeit ist, denn jedes Eins bleibt in seiner Beziehung auf Anderes reines *Fürsichsein* (vgl. GW 21, 156–7).

Nun ist jedes Eins in dieser beziehungslosen Beziehung dasselbe Eins. Das Eins oder das Fürsichsein ist daher durch die Repulsion *außer sich* gekommen und gerade dadurch zu einer Vielheit von Eins geworden. Das führt zur dritten Auffassung des Eins. Da jedes Eins dasselbe bloße Eins ist, bezieht sich das Eins in dem Anderen auf sich selbst. Das Eins geht jenseits seiner immer nur mit sich selbst zusammen und bildet daher mit den anderen Eins eine Kontinuität und Einheit des Seins − eine Einheit, die Hegel das „Eins der Attraction“ nennt (GW 21, 162). In Wahrheit also ist das Fürsichsein nicht bloßes sich abkapselndes Für-*sich*-sein, sondern Sein, das sich von sich repelliert und so außer sich kommt, sich aber dabei in das Andere kontinuiert und in diesem Sinn noch Fürsichsein bleibt. Hegel fasst diese Momente des Fürsichseins mit Präzision in den folgenden Zeilen zusammen:

> „Es [das Fürsichsein] war seiner Bestimmung nach das sich aufhebende Beziehen auf sich selbst, perennirendes Aussersichkommen. Aber das Abgestossene ist es selbst; die Repulsion ist daher das erzeugende Fortfliessen seiner selbst. Um der Dieselbigkeit willen des Abgestossenen ist diß Discerniren, ununterbrochene Continuität; und um des Aussersichkommens willen, ist diese Continuität, ohne unterbrochen zu seyn, zugleich Vielheit, die eben so unmittelbar in ihrer Gleichheit mit sich selbst bleibt“ (GW 21, 177)

Qualitatives Sein ist die Einheit von Dasein − erste Negation, Bestimmtheit, Grenze, Beziehung auf Anderes − und Insichsein − zweite Negation, oder Negation, die zugleich Beziehung auf sich selbst ist. Diese Einheit wird im Fürsichsein völlig explizit, und das Fürsichsein oder Eins ist seinerseits in seiner vollständig entwickelten Wahrheit begriffen, wenn es als das Sich-in-sein-Außersichsein-kontinuieren verstanden wird. Hierbei erreichen wir den Begriff einer neuen, nicht mehr bloß qualitativen, Form des Seins.

Qualitatives Sein als solches hat eine Grenze, an der es aufhört und ein Anderes anfängt. Im entwickelten Fürsichsein oder Einssein aber begegnen wir einer anderen Form des Seins, das sich jenseits seiner Grenze fortsetzt und so nicht aufhört. Diesem sich fortsetzenden Einssein ist also die Grenze, die jedes fürsichseiende Eins ist und wodurch es alle anderen Eins von sich abstößt, völlig gleichgültig. Wo ein Eins aufhört und ein anderes anfängt, kontinuiert sich das Einssein, und letzteres bleibt durch die Grenzen, die die vielen Eins darstellen, ununterbrochen. Eine derartige Grenze, „die dem Seyn gleichgültig geworden“ ist, ist also „eine Grenze, die eben so sehr keine ist“ (GW 21, 173); sie ist eine Grenze, die das eine Eins vom anderen nicht *qualitativ* unterscheidet, weil das Einssein des einen im anderen jenseits seiner gar nicht zu Ende geht.

Auch in einem anderen Sinne ist im entwickelten Fürsichsein, ja im Fürsichsein oder Eins überhaupt, die Grenze (und Bestimmtheit) „eine Grenze, die eben so sehr keine ist“. Eine qualitative Grenze vor dem Fürsichsein ist eine unmittelbar negative Beziehung eines Etwas auf ein anderes. Durch diese Grenze werden beide Etwas qualitativ unterschieden und als Seiten eines einzigen Unterschiedes aneinandergebunden: rot ist z. B. nicht-blau und blau nicht-rot. Im Eins hingegen nimmt die Grenze eine andere Form an: das Eins ist Grenze durch sein Insichgekehrtsein, durch seine reine Beziehung auf sich selbst, nicht nur durch eine negative Beziehung auf das Andere. Das Eins bildet also nicht bloß eine Seite eines Unterschiedes, dessen zweite Seite ein anderes Eins ist, sondern es schließt das andere Eins völlig von sich aus und setzt es ganz außerhalb seiner. Es ist also eine Grenze durch sein reines Insichgekehrtsein und steht dadurch allen anderen Eins völlig gleichgültig gegenüber.

Um zusammenzufassen: Im entwickelten Fürsichsein ist die Grenze, die jedes Eins darstellt, eine Grenze, die auch keine ist, insofern sie keine direkte Negation des Anderen ist, sondern im gleichgültigen Einssein des Eins besteht. Die Eins sind begrenzt in Beziehung aufeinander, weil sie in ihrem Einssein einander völlig äußerlich sind. Zugleich ist die Grenze, die jedes gleichgültige Eins darstellt, in einem stärkeren Sinn eine Grenze, die keine ist: nämlich weil sie das sich-in-das-Andere-Kontinuieren des Eins gar nicht unterbricht und diesem daher etwas Gleichgültiges ist. Eine solche Grenze, die auf beiderlei Weise eine gleichgültige ist, ist eine *quantitative* Grenze. Das Eins, womit die Qualität ihre Vollendung erreicht, gebiert also durch seine immanente Logik eine neue Form des Seins: die Quantität.

In seiner *Kritik der reinen Vernunft* fängt Kant seine Tafel der Kategorien mit denjenigen der Quantität an, und er führt erst danach diejenigen der Qualität auf, ohne diese von jenen, oder jene von diesen, abzuleiten.[7] Hegel hingegen leitet die Quantität

[7] Vgl. KdrV, B 106.

direkt von der Qualität ab. Diese Ableitung führt er durch, indem er zeigt, dass die Qualität selbst notwendig eine Form annehmen muss, die nicht mehr rein qualitativ ist, nämlich diejenige des sich außerhalb seiner kontinuierenden Eins, und indem er diese Form die „Quantität" nennt. Die Quantität, so Hegel, ist also eine neue, nicht bloß qualitative Bestimmung; da sie aber eine Art Qualität ist, ist sie nur durch qualitative Bestimmungen, wie „Eins", „Grenze", „Bestimmtheit" und „Negation" zu verstehen. Hegel braucht daher nicht, wie seiner Ansicht nach die Mathematik, die Quantität oder „Grösse" schon vorauszusetzen, um sie zu definieren (vgl. GW 21, 175).

1.3. Repulsion und Attraktion

Nach Hegel repelliert sich das Eins von sich und setzt sich außerhalb seiner als eine Vielheit anderer Eins. Zugleich bezieht sich das Eins in den anderen immer noch auf sich selbst, und es verwandelt dadurch diese anderen Eins in Momente einer übergreifenden Einheit, eines einzigen Sich-auf-sich-selbst-Beziehens-des-Eins. In der Kontinuität des Eins jenseits seiner ist also, wie Hegel bemerkt, "das Aussersichkommen (die Repulsion) und das sich-als-Eines-Setzen (die Attraction) ungetrennt vorhanden" (GW 21, 164). Die Quantität verdankt ihre Entstehung daher nicht nur dem Eins, sondern auch der Untrennbarkeit der beiden Beziehungen zwischen den Eins, nämlich der Repulsion und der Attraktion.
Wie Hegel erklärt, geht die Repulsion zuerst in die Attraktion über, weil das Werden des Eins zu vielen Eins zugleich das „*Mit-sich-Zusammengehen*" des Eins, und dabei das In-Eines-Setzen der vielen Eins, ist (GW 21, 160). Die Repulsion und die Attraktion bleiben in diesem Übergang einander entgegengesetzt; dieser Gegensatz verliert jedoch seine Schärfe, wenn klar wird, dass jede in der Tat die andere voraussetzt. Die Attraktion setzt die Repulsion voraus, weil es ohne die Repulsion keine Eins geben würde, die zusammenkommen und eine Einheit bilden könnten; in Hegels Worten, „die Repulsion liefert die Materie für die Attraction. Wenn keine Eins wären, so wäre nichts zu attrahiren" (GW 21, 162). Ebenso aber setzt die Repulsion ihrerseits die Attraktion voraus, wenn auch jene in der logischen Entwicklung des Eins dieser vorausgeht und zuerst für sich betrachtet wird. Die Repulsion schließt die Attraktion ein, weil die Eins, nur insofern sie zusammenkommen, einander gegenseitig abhalten können. Anders ausgedrückt, muss das Ausschließende mit

demjenigen „*in Verbindung*“ stehen, das von ihm ausgeschlossen wird, wenn das Ausschließen überhaupt geschehen soll; „diß Moment der Beziehung aber ist die Attraction, somit in der Repulsion selbst“ (GW 21, 163).

Die Repulsion und Attraktion setzen jedoch nicht nur einander, sondern auch sich selbst, voraus, denn jede ist vorausgesetztes Moment des Anderen, das sie voraussetzt (vgl. GW 21, 164). Die beiden Beziehungen zwischen den Eins sind also nicht bloß unterschieden und einander entgegengesetzt, sondern jede ist in der Tat die „Continuität ihrer in ihre andere“ (GW 21, 165). Keine hat daher eine eigene unmittelbare Identität, sondern jede verdankt ihre Identität sowohl dem anderen als auch sich selbst. Attraktion ist demnach Attraktion-in-der-Repulsion und Repulsion ihrerseits Repulsion-in-der-Attraktion. Indem aber jede die andere in sich selbst und sich selbst in der anderen voraussetzt, machen sie in Wahrheit nur *einen* Prozess des Sich-in-das-Andere-Kontinuierens aus. Das heißt, sie sinken durch ihre immanente Logik in *ein* Sein zusammen, worin beide nur Momente sind (vgl. GW 21, 165). Dieses Sein ist die Quantität, und die Attraktion und Repulsion als Momente solcher Quantität nehmen jeweils die Form der „Kontinuität“ und der „Diskretion“ an. Doch während die Repulsion als qualitative Bestimmung zuerst ohne die Attraktion gedacht wird, ist das quantitative Moment der Diskretion von vorn herein kontinuierliche oder „zusammenfliessende Discretion“ (GW 21, 177). Dementsprechend ist die Kontinuität von Anfang an die Kontinuität des Diskreten oder der vielen einander von sich abhaltenden Eins. Im Bereich der Quantität sind also ihre Momente nie einfach und unmittelbar, sondern jedes Moment ist in sich selbst immer ausdrücklich durch sein anderes vermittelt.[8]

2. *Die reine Quantität und ihre Teilbarkeit*

Wenden wir uns nun der logischen Entwicklung der Quantität, wie sie Hegel konzipiert, zu. Wie wir gesehen haben, ist die Quantität durch ununterbrochene Kontinuität gekennzeichnet; sie ist „einfache, sich selbst gleiche Beziehung auf sich“ (GW 21, 176). Solche Kontinuität ist aber durch das fürsichseiende Eins vermittelt: sie ist die Kontinuität oder „Einheit der fürsichseyenden Eins“. Als solche enthält diese Kontinuität eine Mannigfaltigkeit − „das *Aussereinander der Vielheit*“ −

[8] Zum Übergang von der Qualität zur Quantität, siehe auch Pierini (2014), S. 116–18.

innerhalb ihrer selbst (GW 21, 176). Sie wird jedoch durch diese innerliche Mannigfaltigkeit nicht unterbrochen, sondern als sich kontinuierendes Sein erst ermöglicht. Ohne diese innere Vielheit gäbe es nur eine einfache sich auf sich selbst bezogene Einheit; durch diese Vielheit aber wird diese einfache Einheit zur Kontinuität *ausgedehnt* (vgl. GW 21, 177).

Die vielen Eins selber sind einander vollkommen äußerlich; d. h. sie sind ganz und gar für-*sich*-seiende Eins. Diese Eins sind begrenzt und bestimmt in sich, und jedes schließt daher alle anderen von sich aus. Jedem Eins ist also das Dasein der anderen gleichgültig, und als solche sind die vielen Eins *diskrete*, die anderen von sich abstoßende, in sich zurückgekehrte Eins.

Zugleich aber sind alle Eins gleich: jedes ist dasselbe Eins. Das Einssein setzt sich also außer sich immer noch fort und stellt auf diese Weise eine Kontinuität des Seins her. Die Kontinuität ist daher „dieses Moment der *Sichselbstgleichheit* des Aussereinanderseyns, das Sich-Fortsetzen der unterschiedenen Eins in ihre von ihnen Unterschiedene" (GW 21, 176). Die Quantität, laut Hegel, ist „die Einheit dieser Momente, der Continuität und Discretion" (GW 21, 177); ohne das eine Moment würde das andere Moment fehlen, und es gäbe keine Quantität. Die diskreten Eins sind alle gleich und machen daher, gerade in ihrer Diskretion, ein ununterbrochenes Kontinuum des sichfortsetzenden Einsseins aus. Diese Kontinuität entsteht jedoch nur dadurch, dass sich das diskrete Einssein jenseits seiner und seiner absoluten Sprödigkeit unendlich fortsetzt.

Wichtig ist hier zu merken, dass quantitative Eins nicht bloß voneinander abgekapselt sind und so nicht (wie zuerst die qualitativen Eins) ganz beziehungslos in der Leere schweben (vgl. GW 21, 153–7). Quantitative Eins sind von vorn herein Momente einer durch sie sich erzeugenden Kontinuität und Einheit. Ja, in der reinen Quantität, wie sie zuerst gedacht wird, herrscht gerade das Moment der Kontinuität vor. Der Grund dafür ist nämlich, dass Quantität dadurch entsteht, dass die letzten Momente der Qualität − das Eins, die Repulsion und die Attraktion − ein kontinuierliches, sich auf sich beziehendes *Sein*, d. h. ein neues *Fürsichsein* im Sichäußerlichsein, herstellen. Die Quantität ist demnach zuerst als eine neue Unmittelbarkeit und Einheit zu begreifen (vgl. GW 21, 165; 177). Diese Einheit ist aber eine durch Diskretion vermittelte Einheit, oder Kontinuität. Die Quantität, die in sich die beiden Momente der Kontinuität und der Diskretion vereinigt, ist also „zunächst in der *Form* des einen derselben, der *Continuität*" (GW 21, 177). Aus diesem Grunde, meint Hegel, darf man nicht einfach sagen, dass Quantität aus diskreten, einfachen Teilen *bestehe*; vielmehr ist die Quantität als *Teilbarkeit*, bzw. „die *reale Möglichkeit* des Eins", zu denken (GW 21, 177). Die Quantität kann zwar geteilt werden, aber wir erreichen auf diese Weise nie den Punkt, wo es nur diskrete Teile gibt, da die Quantität als solche immer notwendig als kontinuierliches Sein zu begreifen ist.

Von Hegels Standpunkt ist also Kants „*Antinomie der unendlichen Theilbarkeit*" leicht aufzulösen (GW 21, 179). Diese Antinomie entsteht laut Hegel dadurch, dass man die beiden Momente der Diskretion und der Kontinuität voneinander trennt und jedes nach einander isoliert als die Wahrheit behauptet. Die Thesis − „*es existirt überall nichts als das Einfache*" − geht darauf zurück, dass man das Moment der Diskretion betont, und die Antithesis − „*es existirt überall nichts Einfaches in* [*der Welt*]" − beruht darauf, dass man das Moment der Kontinuität hervorhebt (GW 21, 181; 184).[9] In Wahrheit aber ist die Quantität weder als abstrakte Diskretion noch als abstrakte Kontinuität für sich zu denken, und sie erzeugt daher keine Antinomie. Die Quantität ist in Wahrheit teilbar, weil sie viele diskrete Eins in sich enthält; aber sie ist nicht in einfache Eins geteilt, weil sie ein durch diese Eins sich erzeugendes Kontinuum ist.

Hegel weiß übrigens, dass die zweite Antinomie, wie Kant sie darstellt, die „Zusammensetzung", statt der Kontinuität als solcher, dem Einfachen oder Diskreten gegenüberstellt.[10] Seiner Ansicht nach lässt sich jedoch zwischen dem Zusammengesetzten und dem Einfachen gar keine Antinomie aufstellen, da das Zusammengesetzte seinem Begriff nach notwendig aus Einfachem besteht (vgl. GW 21, 183). Andererseits, so Hegel, indem Kant im Beweis der Antithesis den Gedanken einführt, dass alle Zusammensetzung „nur im Raume möglich ist", stellt er dabei dem Diskreten implizit, wenn nicht explizit, die Kontinuität gegenüber, da der Raum auch nach Kants Verständnis etwas Kontinuierliches ist (vgl. GW 21, 186–7). Von Hegels Standpunkt sind daher seine Interpretation und Auflösung der zweiten Antinomie vermittels der Logik der Quantität gerechtfertigt, auch wenn er nicht in jeder Hinsicht der kantischen Darstellung gerecht wird.

Kants eigene Auflösung seiner Antinomien, die sich wie bekannt auf den Transzendentalen Idealismus beruft, wird von Hegel als „trivial" verworfen (GW 20,

[9] Vgl. KdrV, B 462–3.
[10] Vgl. KdrV, B 462–4.

84 [§ 48 Anm.]).[11] Er gibt aber zu, dass bei Kant „die Continuität sehr richtig und bestimmt vom Raume *gegen* die Zusammensetzung aus Bestandtheilen, angegeben“ ist (GW 21, 186). Kant irrt sich, Hegel zufolge, wenn er in der zweiten Antinomie die Kontinuität (implizit) dem Diskreten oder „Einfachen“ schroff gegenüberstellt; er tut aber recht, wenn er in der Transzendentalen Ästhetik den Raum als „*einig*“ (und somit kontinuierlich) auffasst und darauf besteht, dass dieser einige Raum nicht als aus „Bestandtheilen“ zusammengesetzt gedacht werden kann (GW 21, 186).[12]
Hegels Lob verdient auch Spinoza, weil er „den Begriff der reinen Quantität gegen die bloße Vorstellung“ verteidigt, indem er die Quantität als „*unendlich*, *einzig* und *unteilbar*“ (*infinita, unica* et *indivisibilis*) begreift (GW 21, 178).[13] Hegel übersieht, dass Spinoza der reinen Quantität die Teilbarkeit ganz und gar abspricht und in dieser Hinsicht den spekulativen Begriff der Quantität verfehlt. Das Versehen Spinozas rührt jedoch daher, dass er „teilbar“ (*divisibilis*) mit „aus Teilen zusammengesetzt“ (*ex partibus conflata*) gleichsetzt, und insofern er die Vorstellung verwirft, dass die Quantität in sich „real“ (*realiter*) geteilt ist, verdient er Hegels Lob.[14] Vor allem aber ist in Hegels Augen Aristoteles „hoch zu rühmen“, weil er in seiner Kritik von Zenons Dialektik ausdrücklich darauf bestanden hat, dass die Quantität (oder genauer der Raum und die Zeit) die Vielheit „nur *an sich,* der *Möglichkeit* nach“ enthält (GW 21, 188). Er hat es also explizit gemacht, dass die Quantität als *teilbar*, doch nicht als schon *geteilt*, zu denken ist.[15]

3. *Kontinuierliche und diskrete Größe*

Die Quantität enthält die beiden Momente der Kontinuität und der Diskretion. In ihrer ersten Unmittelbarkeit aber ist sie die „*unmittelbare* Einheit“ dieser beiden Momente. Als solche ist die Quantität zunächst die einfache sich auf sich selbst beziehende Einheit und daher vor allem durch *Kontinuität* gekennzeichnet. Insofern ist sie als „*continuirliche Grösse*“ zu verstehen (GW 21, 189).

---

[11] Vgl. KdrV, B 518–25.
[12] Vgl. KdrV, B 39.
[13] Vgl. Spinoza (1925): 2, 59 [*Ethica* IP15S].
[14] Vgl. Spinoza (1925): 2, 59 [*Ethica* IP15S] .
[15] Siehe auch Bonsiepen (1990), S. 102: „Auch der von Hegel verwendete Kontinuitätsbegriff ist Aristotelisch. Es gibt für Hegel nur eine ideale, keine reale Teilbarkeit des Kontinuums. Er verwirft die Auffassung der Atomisten, das Kontinuum lasse sich aus kleinsten Teilen zusammensetzen.“

Hegel weist aber sofort darauf hin, dass Quantität als solche „überhaupt nicht ein unmittelbares“ ist (GW 21, 189). Die Quantität entsteht durch das Sichnegieren oder Sichaufheben der qualitativen Unmittelbarkeit, und keines der beiden Momente der Quantität ist unmittelbar es selbst, da jedes nur vermittels des anderen ist. Die Quantität kann also nicht bloß die *unmittelbare* Einheit der Kontinuität und der Diskretion sein, sondern sie muss zugleich den Unterschied dieser beiden Momente enthalten und durch ihn vermittelt sein: sie ist in Wahrheit „die Einheit *unterschiedener* Momente“ (GW 21, 189). Die Quantität muss daher nicht nur die kontinuierliche Größe, sondern auch die davon unterschiedene „*discrete Grösse*“ sein (GW 21, 190). Eben weil sie nicht bloß die unmittelbare Einheit der Kontinuität und der Diskretion ist, spaltet sich die Quantität in zwei verschiedene Arten ihrer selbst. Diese beiden Arten der Quantität muss es geben; sie sind logisch und ontologisch notwendig. Die Quantität muss einerseits die Form der ununterbrochenen kontinuierlichen Einheit annehmen; so begreifen wir z. B. die Ausdehnung des Raums. Andererseits aber muss sie auch die explizite Form der Diskretion annehmen, und als solche ist sie nicht einfach kontinuierlich, sondern „unterbrochen“. Diese Art von Quantität ist daher als „Menge von Eins“ zu verstehen, und so wird die Größe begriffen, wenn wir danach fragen, *wieviel* von X etwas beträgt (GW 21, 190).[16] Diese Menge ist aber nicht als Menge von einfachen Teilen oder „Atomen“ aufzufassen, und die Thesis der zweiten kantischen Antinomie wird somit durch die Idee der diskreten Größe nicht bestätigt, denn die diskrete Größe ist „selbst continuirlich“ (GW 21, 190): die Eins in der Menge bilden eine sichfortsetzende Einheit, durch die sie miteinander zusammenhängen. Die Eins sind zwar *diskrete* Eins, und in dieser Hinsicht machen sie einen unterbrochenen Zusammenhang aus; zugleich aber stellen sie in ihrer Diskretion eine ununterbrochene, kontinuierliche Einheit her. Sie sind also *Momente* einer in sich komplexen Einheit, nicht selbständige *Teile* eines Ganzen: “Die discrete Grösse ist also das Aussereinander des vielen Eins, *als des Gleichen*, nicht das viele Eins überhaupt, sondern als das *Viele einer Einheit* gesetzt“ (GW 21, 190).

[16] Siehe auch Pierini (2014), S. 118. In der Interpretation Stekeler-Weithofers gibt es nach Hegel „nicht eigentlich diskrete und kontinuierliche Größen, sondern immer nur diskrete und kontinuierliche Aspekte einer Unterscheidungspraxis, die abhängen von den je gewählten Bestimmungen oder Differenzierungen“ (Stekeler-Weithofer [2002], S. 63). Meines Erachtens jedoch findet eine solche Reduktion von Hegels logisch-ontologischem Unterschied zwischen zwei Arten der Quantität auf einen Unterschied zwischen zwei Aspekten einer menschlichen „Praxis“ keine Bestätigung in Hegels Text.

Dies ist notwendig der Fall, weil jede der beiden Arten der Quantität die Einheit der Kontinuität *und* der Diskretion ist. Der Unterschied zwischen den beiden besteht bloß darin, dass in der einen das Moment der Kontinuität, in der anderen das Moment der Diskretion ausdrücklich gesetzt ist. Hier stoßen wir auf einen wichtigen Unterschied zwischen der Qualität und der Quantität. In der Sphäre der Qualität gehen Bestimmungen wie Sein und Nichts, Etwas und Anderes, Endliches und Unendliches in einander über, und sie sind insofern von ihrer eigenen Negation untrennbar. Sie sind in dieser Hinsicht alle aufgehobene Bestimmungen, die nur in der Beziehung auf oder in Einheit mit ihrer Negation zu verstehen sind. „Im Felde des Qualitativen" jedoch „bleibt den Unterschieden in ihrem Aufgehobenseyn auch das unmittelbare, qualitative Seyn gegeneinander" (GW 21, 111). Etwas ist zwar selbst ein Anderes, nämlich das Andere eines anderen Etwas, aber die logischen Bestimmungen von „Etwas" und „Anderem" bleiben unmittelbar verschieden. Sogar die wahre Unendlichkeit ist, wenn nicht etwas *Anderes* als die Endlichkeit, immer noch als „Prozess" von ihren endlichen „Momenten" unmittelbar verschieden (GW 21, 135–6). Im Felde des Quantitativen hingegen ist keine der beiden Anfangsbestimmungen unmittelbar sich selbst und unmittelbar von der anderen unterschieden. Jede ist nur vermittels der Anderen zu verstehen: die Kontinuität ist in ihrem eigenen Begriff die Kontinuität des Diskreten, und die Diskretion ist ihrerseits die kontinuierliche Diskretion. Die qualitative Bestimmung der Realität, behauptet Hegel, „enthält selbst die Negation", sowie die Negation Dasein ist (GW 21, 102); in der Realität aber „ist es versteckt, daß sie […] auch die Negation enthält" (GW 21, 99). In den quantitativen Bestimmungen hingegen ist es ausdrücklich gesetzt, dass sie ihr Gegenteil enthalten. In diesem Sinne kann man sagen, dass sowohl die Kontinuität als auch die Diskretion sich in ihr Gegenteil *kontinuieren*.

Beide sind also wahrhaft unendliche Bestimmungen. Als Diskretion enthält die Quantität das Moment der Unendlichkeit in der Form des fürsichseienden Eins; als Kontinuität enthält sie die Unendlichkeit in der Form des Sichaufsichbeziehens − des Fürsichseins − im perennierenden Außersichkommen. Jetzt sehen wir, dass die Quantität das Moment der Unendlichkeit auch im Sichkontinuieren der Kontinuität und der Diskretion in einander aufweist. Insofern diese beiden Momente in dieser Hinsicht unendlich sind, sind sie nicht bloß unmittelbare, sondern durchaus *vermittelte* Momente − Momente, die ihre Identität genießen, nur insofern sie sich in einander fortsetzen. Jedes geht im Anderen mit sich selbst zusammen und ist daher unendliches, sich auf sich beziehendes, fürsichseiendes Moment; jedes geht aber nur *im Anderen* mit sich zusammen und ist daher nicht einfach für-*sich*-seiendes Moment. Als unendliche Bestimmung ist also jedes Moment, und damit die Quantität überhaupt, „das aufgehobene Fürsichseyn" (GW 21, 176) − Fürsichsein, die zugleich negiert und bewahrt wird.

Insofern jede der beiden Anfangsbestimmungen der Quantität Moment der anderen ist, nimmt die Quantität die logische Struktur des Wesens vorweg. Im Wesen aber, wie es in der *Enzyklopädie* heißt, „scheint" nur jede Bestimmung im Entgegengesetzten (GW 20, 230 [§ 240]); d. h. eine Wesensbestimmung, wie das „Positive", enthält ihr Gegenteil, hier das „Negative", nur als negiert, ja als ausgeschlossen, in sich (GW 11, 273–5). In der Quantität hingegen ist die Bestimmung der Kontinuität affirmativ in der Diskretion enthalten, und umgekehrt. Im Gegensatz zum Wesen also, worin Bestimmungen als vor allem reflexiv und negativ — als Nichtsein ihres Nichtseins — begriffen werden, behalten quantitative Bestimmungen, auch in ihrer Unendlichkeit und Nicht-unmittelbarkeit, einen unmittelbar affirmativen Sinn für sich. Die Quantität nimmt allerdings das Wesen vorweg, aber sie bleibt, wie die Qualität und das Maß, eine Form des Seins.[17]

4. *Das Quantum*

Die diskrete Größe, schreibt Hegel, hat „das Eins zum Princip" (GW 21, 191), und dies bedeutet zunächst, dass solche Größe aus einer Menge von Eins besteht. Wie wir jedoch gesehen haben, ist diese Menge nicht bloß eine lose Vielheit der Eins, sondern sie bildet eine Einheit. Die diskrete Größe muss daher zugleich eine einheitliche kontinuierliche Größe sein. Als eine solche Einheit aber bleibt sie von der explizit kontinuierlichen Größe unterschieden; obwohl sie Einheit ist, bleibt sie *diskrete* Größe − Größe, in welcher und durch welche die Kontinuität der Quantität unterbrochen wird. Das heißt wiederum nicht nur, dass sie in sich mannigfaltig bleibt, sondern auch, dass sie *als Einheit selbst* diskret sein muss, Eins sein muss. Mit anderen Worten muss die diskrete Größe immer „*Eine* Grösse" sein (GW 21, 191).
Die diskrete Größe als solche ist eine Art Quantität. In dieser Hinsicht ist sie etwas Allgemeines, wie auch die kontinuierliche Größe. Es hat sich aber jetzt herausgestellt,

[17] Zum Unterschied zwischen der Seinslogik und Wesenslogik, siehe Houlgate (2011).

dass es nie bloß die diskrete Größe als solche geben kann, weil sie sich immer die Form *einer* diskreten Größe geben muss. Die diskrete Größe muss sich durch ihr eigenes Prinzip des Eins notwendig individualisieren.

Das Eins ist aber die *Bestimmtheit*, die sich nur auf sich selbst bezieht, oder „absolutes Bestimmtseyn“ (GW 21, 152); und insofern es bestimmt ist, grenzt es sich gegen Anderes ab: es ist die Negation alles Anderen. Als diese Negation jedoch steht es nicht in direktem Kontakt mit dem Anderen, wie ein endliches Etwas, das eine gemeinsame Grenze mit seinem Anderen hat. Das Eins negiert das Andere, indem es in sich zurückgekehrt ist und das Andere völlig von sich abstößt. Es hat also seine Grenze in seinem eigenen Insichzurückgekehrtsein. Ja, es ist als Eins mit seiner Grenze identisch: es ist selbst als Fürsichsein die Grenze alles Anderen. Das Eins ist daher die Bestimmtheit, Grenze, Negation, die Anderes dadurch negiert, dass es sich nur auf sich selbst bezieht und das Andere aus sich ausschließt.

Da die diskrete Größe immer *eine* diskrete Größe sein muss, muss sie auch „*ausschließendes* Eins“ sein und somit eine Grenze darstellen, die die Kontinuität der Quantität unterbricht. Eine diskrete Größe ist daher „ein Daseyn und ein Etwas, dessen Bestimmtheit das Eins und als in einem Daseyn auch erste Negation und Grenze ist“ (GW 21, 191), und sie kann nur in der Form einer solchen begrenzenden und begrenzten Größe existieren.

Lassen Sie uns diesen Gedankengang kurz wiederholen. Die diskrete Größe ist nur als Einheit möglich; als solche Einheit aber bleibt sie diskret. Nach Hegel bedeutet das, dass die diskrete Größe nicht nur als Einheit der diskreten Vielen, die sie in sich hat, sondern auch als diskrete Einheit begriffen werden muss. Das heißt wiederum, dass sie als Einheit Eins sein muss und so nur als *eine* Größe gedacht werden kann. Als solche muss die diskrete Größe eine begrenzte Größe sein.

Die Grenze wird hier also zuerst auf die Einheit einer diskreten Größe bezogen und als „die Negation *an derselben*“ gedacht (GW 21, 191); d. h. diese Einheit wird selber als begrenzte Einheit begriffen, weil sie als Eins gedacht werden muss. Die Grenze hat aber auch eine andere Seite, die hervorgehoben werden muss.

Die Grenze an einer diskreten Größe ist ja mit deren Einssein identisch; diese Größe ist selbst eine Grenze als Eins, indem sie Andere aus sich auschließt. Als ein solches Eins ist die diskrete Größe rein auf sich bezogen, aber sie umfasst zugleich eine Vielheit von Eins. Da aber die Grenze an der diskreten Größe mit deren Einssein identisch ist, muss diese Grenze auch diese Vielheit umfassen. Eine diskrete Größe ist also nicht nur eine begrenzte Größe, sondern auch als solche eine „umschliessende, befassende Grenze“ (GW 21, 191).

Hierin sehen wir eine Zweideutigkeit im Begriff der quantitativen Grenze, die bald wichtig sein wird: eine diskrete Größe wird dadurch begrenzt, dass es Eins ist, und zugleich dadurch, dass es die in diesem Eins enthaltene Vielheit ist. Mit anderen Worten liegt die begrenzende Bestimmtheit einer diskreten Größe sowohl in seinem Einssein als auch in seiner inneren Vielheit. Diese Zweideutigkeit beruht letzten Endes auf der Doppelsinnigkeit des qualitativen Eins.

Solches Eins, wie wir wissen, ist die sich auf sich beziehende Bestimmtheit oder Grenze, die sich einmal als einfaches Eins und einmal als „*Werden zu vielen Eins*“ verstehen lässt (vgl. GW 21, 150–60). Das „Eins der Attraction“ bringt diese beiden Bestimmungen zusammen, da es die vielen einander repellierenden Eins in sich umfasst (vgl. GW 21, 162). Es bleibt aber ein in sich mannigfaltiges *Eins* nur in einem abgeschwächten Sinn, da es als solches Eins kein anderes ausschließt: es ist ja „das Eine Eins der Attraction“ (GW 21, 161). Der Begriff der diskreten Größe hingegen bringt die beiden Aspekte des Eins explizit zusammen, da solche Größe eine Einheit ist, die sowohl ein ausschließendes Eins ist, als auch viele Eins in sich enthält.

Die diskrete Größe, so konzipiert, ist eine bestimmte, begrenzte Größe, die Hegel ein „Quantum“ nennt. Das Quantum ist also nichts als „Quantität mit einer Bestimmtheit oder Grenze überhaupt“ (GW 21, 193). Es ist bestimmt dadurch, dass es einfaches Eins ist und dadurch, dass es eine Vielheit in sich birgt; d. h. es ist bestimmt, dadurch, dass es Eins auf zweifache Weise ist.

Hegel leitet das Quantum vom Begriff der diskreten Größe ab: die diskrete Größe muss unmittelbar eine begrenzte Größe, bzw. ein Quantum sein. Solches Quantum unterbricht die Kontinuität der Quantität dadurch, dass es eine Grenze in sie setzt. Das Moment der Diskretion ist aber nicht bloß in der diskreten Größe zu finden, sondern, wie oben betont wurde, auch in der kontinuierlichen Größe (obwohl es darin nicht so stark hervortritt). Dieses Moment der Diskretion führt daher eine Grenze in beide Arten der Quantität ein; die Grenze ist „an der Continuität *der einen* sosehr als *der anderen*; *beyde* gehen darein über Quanta zu seyn“ (GW 21, 192). Alle Quantität ist daher notwendig als begrenzte Quantität oder Quantum zu verstehen.

5. *Die Zahl*

Das Quantum ist zuerst als schlechthin begrenzte Quantität zu fassen; es ist begrenzt, weil es Eins ist (und das Eins, wie wir aus der Logik des Fürsichseins wissen, „die ganz abstracte Grenze seiner selbst“ ist [GW 21, 151]). Als solches ist das Quantum eine ganz einfache Grenze, eine „abstracte, einfache Bestimmtheit“ (GW 21, 194). Es ist aber nicht bloß ein qualitatives, rein fürsichseiendes, sondern ein quantitatives Eins. Es ist daher erstens in sich kontinuierlich und somit Einheit, und zweitens in sich diskret und mannigfaltig − eine „Vielheit der Eins, welche die Gleichheit miteinander, jene Continuität, dieselbe Einheit haben“ (GW 21, 194).
Als Eins ist das Quantum eine einfache Grenze, die die Kontinuität der Quantität unterbricht und dabei das „Ausschliessen seines Andersseyns aus sich“ ist (GW 21, 194). Dieses Anderssein des Quantums ist aber selbst quantitativ und daher auch als Quantum zu denken. Das Quantum setzt sich also in negative Beziehung auf andere Quanta und schließt sie aus sich aus. Es ist daher immer ein Quantum unter anderen. Nun ist das Quantum begrenzt und bestimmt gegen Andere, weil es Eins ist. Es ist aber nicht bloß Eins, sondern als quantitatives auch eine Vielheit in sich. Als Eins ist das Quantum daher eine Grenze, die eine Vielheit umfasst, ja mit dieser Vielheit eins ist. Das heißt wiederum, dass es sowohl durch diese Vielheit, als auch durch sein Einssein begrenzt und bestimmt wird. Diese Begrenzung des Quantums durch seine Vielheit stellt nicht bloß eine Alternative zu dessen Begrenzung durch das Einssein dar, sondern beide gehören zusammen.
Als bloß einfaches, eine Vielheit umfassendes Eins jedoch ist das Quantum nicht *vollkommen* bestimmt, weil alle Quanta in dieser Hinsicht einander gleich sind. Wie kann also ein Quantum vollkommen bestimmt und somit von anderen Quanta explizit unterschieden werden? Offenbar nicht durch sein reines Einssein, denn dieses bleibt immer dasselbe: das reine unveränderliche Fürsichsein (vgl. GW 21, 152). Vollkommen bestimmt kann das Quantum daher nur durch seine innere Vielheit werden: „das vollständige Gesetztseyn liegt in dem Daseyn der Grenze als *Vielheit* und damit ihrem Unterschiedenseyn von der Einheit“ (GW 21, 194). Um das Quantum vollständig zu bestimmen und von anderen Quanta zu unterscheiden, muss diese Vielheit jedoch selber eine „bestimmte *Vielheit*“ sein (GW 21, 194): sie muss *diese* Vielheit sein, nicht jene. Wenn das Quantum als Eins, das eine bestimmte Vielheit enthält, gedacht wird, ist es nicht mehr nur das Quantum als solches, sondern die *Zahl*.

> „Das Quantum nur als solches ist begrenzt überhaupt, seine Grenze ist abstracte, einfache Bestimmtheit desselben. Indem es aber Zahl ist, ist diese Grenze als *in sich selbst mannichfaltig* gesetzt. Sie enthält die vielen Eins, die ihr Daseyn ausmachen, enthält sie aber nicht auf unbestimmte Weise, sondern die Bestimmtheit der Grenze fällt in sie“ (GW 21, 194)

Als Zahl also ist das Eins nicht nur unendliches, sondern zugleich vollkommen bestimmtes endliches Fürsichsein; d. h. es ist der quantitative Widerspruch (GW 21, 195). Diese Widersprüchlichkeit hindert die Zahl jedoch nicht daran, etwas wahrhaft Seiendes zu sein. Nach Hegel erweist sich das Sein selbst durch seine eigene immanente Logik als quantitativ, und die Quantität gibt sich notwendig die Form des Quantums und der Zahl. Die Dinge sind also in sich selber zählbar, auch wenn die genaue Zahl, die einem Ding zukommt, mit Ausnahme seines Maßes ihm etwas Gleichgültiges ist.

Hegel leitet die Zahl direkt von dem einfachen Quantum ab, aber die beiden sind voneinander zu unterscheiden: dieses ist die „Quantität mit einer Bestimmtheit oder Grenze überhaupt“, während jene das Quantum „in seiner vollkommenen Bestimmtheit“ ist (GW 21, 193). Die Zahl ist vollkommen bestimmt nicht durch ihr Einssein, sondern durch die Vielheit, die sie enthält. Diese Vielheit muss also selber „eine bestimmte Menge“ oder „*Anzahl*“ sein, und solche Anzahl ist es eben, wodurch sich die Zahl von anderen Zahlen konkret unterscheidet (GW 21, 194). Diese Anzahl ist die bestimmte Menge *von Eins*, die die Zahl umschließt; eine Zahl enthält also 2 oder 3 oder 4 Eins usw. und hat darin ihre bestimmte Identität gegenüber anderen Zahlen.

Die Zahl ist aber nicht auf eine solche Menge oder Anzahl zu reduzieren, sondern sie ist zugleich eine kontinuierliche Einheit. „*Anzahl* und *Einheit* machen“ daher „die *Momente* der Zahl aus“ (GW 21, 194). In der Zahl jedoch fallen Anzahl und Einheit oder Einssein nicht mehr unmittelbar zusammen, wie die Vielheit und das Einssein im Quantum als solchem, weil jede Zahl eine andere Anzahl hat, obwohl alle auf gleiche Weise Eins sind. Indem also die Vielheit als Anzahl die Zahl, der sie gehört, von anderen Zahlen unterscheidet, unterscheidet sie sich auch von der Einheit der Zahl selbst.

In seinem posthum veröffentlichten Buch über Hegels Logik stellt Klaus Hartmann die folgende Frage: „Kann Hegel dartun, daß Eins eine Zahl ist? Oder ergibt sich das erst, wenn man die Zahlen als Reihe denkt oder mit ihnen rechnet?“[18] Die Antwort ist aus dem Vorherigen leicht zu entnehmen: Eins als solches ist noch keine Zahl, noch wird es Zahl dadurch, dass man mit ihm rechnet. Es ist nur dann als Zahl zu denken, wenn ihm eine Anzahl zugeschrieben wird, die im Gegensatz zu anderen Anzahlen, die mehrere Eins enthalten, nur *ein* Eins enthält. Das Eins für sich ist nicht einmal ein Quantum, geschweige denn eine Zahl. Ein Quantum besteht darin, ein begrenztes, eine Vielheit umschließendes Eins zu sein, und dieses Quantum wird eine Zahl, wenn seine Vielheit eine „Anzahl“ ist und ihm eine es von anderen klar unterscheidende Bestimmtheit verleiht. Die Zahl „Eins“ verdankt ihre Identität daher ihrer bestimmten Anzahl, die sich dadurch auszeichnet, dass sie nur ein Eins enthält. (Dementsprechend ist die Null nur dann als Zahl zu denken, wenn ihre Anzahl so verstanden wird, dass sie gar keine Eins enthält; d. h. wenn die Null als leere Einheit − oder, in anderer Terminologie, als „leeren Satz“ − gedacht wird.)

Zur Wiederholung: Eine Zahl hat ihre bestimmte Identität nach Hegel in der bestimmten Menge, der Anzahl, die sie enthält, und sie unterscheidet sich dadurch von allen anderen Zahlen. Wichtig ist zu merken, dass die Zahl ihre sie auszeichnende Bestimmtheit oder Grenze nicht bloß in einem der Vielen, die sie enthält, sondern in allen zusammen hat: in der Zahl 100 „hat unter den hundert Eins keines einen Vorzug, da sie nur gleich sind; jedes ist ebenso das Hundertste; sie gehören also alle der Grenze an, wodurch die Zahl Hundert ist“ (GW 21, 195). Die ganze Anzahl in einer Zahl macht also die Grenze der Zahl aus: Die Zahl 100 ist dadurch begrenzt und bestimmt, dass sie die Einheit von 100, *nicht* 99 oder 98 Eins ist. In dieser Hinsicht ist eine Zahl als solche aus einer bestimmten Menge realer Teile zusammengesetzt, obwohl die Quantität bloß *teilbar* sein soll (vgl. GW 21, 188). Die Zahl ist jedoch auch noch eine quantitative Einheit und somit ein Quantum überhaupt, und als solches bleibt es immer weiter teilbar und daher in Übereinstimmung mit dem Begriff der Quantität.

Dank ihrer Anzahl ist jede Zahl gegen andere Zahlen vollkommen bestimmt; als ein Quantum überhaupt jedoch ist sie auch ein einfaches Eins. Da aber Anzahl und Einssein oder Einheit in der Zahl (im Gegensatz zum einfachen Quantum) voneinander zu unterscheiden sind, erfüllen sie jetzt deutlich verschiedene Funktionen. Als Eins ist die Zahl daher „in sich zurückgekehrt, und *gleichgültig*

[18] Hartmann (1999), S. 103.

gegen Andere“ (GW 21, 195, meine Hervorhebung). Hegel fährt fort: „Diese *Gleichgültigkeit* der Zahl gegen andere ist wesentliche Bestimmung derselben“ und „macht […] *ihre eigene Aeusserlichkeit* aus“. Jede Zahl ist also „ein *numerisches* Eins“, dem „die Beziehung auf anderes völlig äusserlich ist“. Hiermit wird der Unterschied zwischen qualitativer Bestimmtheit (im Fall von begrenzten endlichen Dingen) und quantitativer Bestimmtheit besonders klar.

Etwas, das qualitativ bestimmt ist, hat ein eigenes unmittelbares Dasein, aber es ist zugleich die unmittelbare Negation seines Anderen: Wiese ist daher nicht-Wald und umgekehrt. Jedes ist durch seine Negation des Anderen bestimmt, und beide haben daher eine gemeinsame Grenze, wodurch sie voneinander getrennt *und* miteinander zusammengeschlossen sind (vgl. GW 21, 113–14).

Eine Zahl ist zwar auch gegen andere Zahlen durch ihre Anzahl bestimmt, aber sie ist zugleich ein in sich zurückgekehrtes, fürsichseiendes Eins. Sie verdankt ihre Bestimmtheit daher der Anzahl, die sie innerhalb ihres eigenen *Einsseins* birgt. Aus diesem Grunde ist die Zahl den anderen Zahlen gegenüber nicht nur bestimmt, wie ein Etwas in Beziehung auf ein anderes, sondern auch völlig gleichgültig und äußerlich (vgl. GW 21, 195). Dies wiederum hat die unmittelbare Konsequenz, dass eine Zahl mit anderen Zahlen auf ganz äußerliche Weise zusammengesetzt werden kann, d. h. dass sich Zahlen ihrem Begriff nach zu einander addieren und danach voneinander subtrahieren lassen. Da Multiplikation und Division jeweils auf Addition und Subtraktion zurückzuführen sind, beruht die Möglichkeit des Rechnens überhaupt auf der kategorialen „Äusserlichkeit“ der Zahl (vgl. GW 21, 197–201).[19]

Die Zahlen sind aber nicht nur einander äußerlich, sondern auch an ihnen selbst „diese absolute Aeusserlichkeit“, weil jede Zahl eine Vielheit von Eins enthält, die selber einander äußerlich sind (GW 21, 195). Die Eins in einer gewissen Zahl gehören also nicht ihrer Natur nach zusammen, sondern sie werden äußerlich zusammengesetzt. Ihnen ist daher das Zusammengefaßtsein als 3 oder 4 oder 5 Eins völlig gleichgültig; die drei Eins in der Nummer 3 hätten genauso gut mit einem vierten zusammengesetzt werden können, um die Nummer 4 auszumachen.

Es stellt sich also heraus, dass die Zahl wesentlich widersprüchlich, oder wenigstens zweideutig, ist (vgl. GW 21, 195). Erstens, gehört die Zahl zum Sein selbst, und sie ist daher eine ontologische Bestimmung der Dinge: die Dinge sind an sich selber

[19] Siehe auch Hartmann (1999), S. 106–9, und Houlgate (2014a), S. 22.

zählbare Quanta. Welche Zahl einem Ding zukommt, ist ihm aber letzten Endes gleichgültig: *Wieviele* Eins − Gramm, Zentimeter, usw. − ein Ding beträgt ist ihm etwas Äußerliches, insofern es nichts an seiner Qualität ändert (es sei denn, es handelt sich um das Maß des Dinges). Zweitens, ist eine Zahl durch die Vielheit, die sie enthält, gegen *andere* Zahlen abgegrenzt und bestimmt, aber sie ist zugleich rein auf sich selbst bezogen und so ein bestimmtes Eins innerhalb ihrer selbst oder *an sich*. Die Nummer 3 unterscheidet sich von der Nummer 4 durch die drei Eins, die sie umfasst; doch auch wenn es keine anderen Zahlen gäbe, wäre die Nummer 3 dank diesen Eins die bestimmte Zahl, die sie ist.[20] Drittens, ist die Bestimmtheit einer Zahl − die Anzahl, die sie ist − ihre eigne, sie insbesondere kennzeichnende Bestimmtheit, aber die vielen Eins, die sie enthält, sind ihrem Zusammengefasstsein in gerade dieser Zahl vollkommen gleichgültig. Viertens, ist jede Zahl den anderen äußerlich und daher ein numerisches Eins für sich, aber gerade deswegen können Zahlen mit anderen zusammengesetzt werden und somit Teile oder Momente anderer Zahlen werden. Fünftens, da die Zahlen einander völlig äußerlich sind, fehlt ihnen jegliche Kontinuität miteinander, obwohl die Quantität ihrem Begriff nach die Diskretion mit der Kontinuität notwendig verbindet. (Wie wir jedoch später sehen werden, stellen Zahlen solche Kontinuität her, insofern sich Quanta, die ja auch Zahlen sein müssen, durch sich selbst in andere Quanta verwandeln [vgl. GW 21, 217].)

6. *Hegel, Frege und die Zahl*

Bevor wir mit der Logik der Quantität fortfahren, bedarf es hier einiger Bemerkungen über Hegel, Frege und die Zahl. Hegel leitet seinen Begriff der Zahl ohne weitere Voraussetzungen von demjenigen der Quantität und schließlich demjenigen des reinen Seins ab. Dieser Begriff stimmt aber wesentlich mit dem seit den Griechen herkömmlichen Begriff der Zahl als, in den Worten von Michael Dummett, „a set of featureless units“ überein.[21] Diesen bekannten Begriff hat jedoch Gottlob Frege in seinen *Grundlagen der Arithmetik* (1884) einer grundlegenden Kritik unterzogen, die Dummett als „brilliant“ und „definitive“ beschreibt.[22] Frege hat daraufhin seinen eigenen Begriff der Zahl entwickelt, der nach Bertrand Russell als der einzig richtige

[20] Siehe Winfield (2012), S. 138: “The number does not have to be contrasted with something else to be the number it is. The number limits itself through its own amount”.
[21] Dummett (1991), S. 82. Siehe auch Houlgate (2014a), S. 22.
[22] Dummett (1991), S. 82.

gilt.[23] Wenn wir also Hegels Leistung in seiner Logik der Quantität gründlich prüfen wollen, können wir nicht umhin, uns kurz mit Freges Kritik zu befassen.
Diese Kritik richtet sich vor allem gegen die Vorstellung, dass die vielen Einheiten oder Eins, die in der bekannten Auffassung eine Zahl ausmachen, „*einander gleich*" sein können.[24] Die Kritik hat zwei Seiten. Auf der einen Seite, behauptet Frege, gäbe es gar keine Vielheit, wenn Einheiten oder Dinge einander völlig gleich wären, weil sie „unrettbar in Einem" zusammenschmelzen würden; „so hätte man nicht mehr Dinge, sondern nur Ein Ding"[25]. Auf der anderen Seite, wenn es doch *viele* Einheiten geben soll, können sie einander gar nicht gleich sein, denn eine Vielheit setzt voraus, dass ihre Mitglieder verschieden sind. Wenn aber die vielen Einheiten verschieden sind, dann sind sie nicht mehr reine Einheiten oder Eins, sondern bestimmte Dinge. In Freges Worten, wenn die Gleichheit verlorengeht, „so zerrinnt uns die Eins unter den Händen", und „wir behalten die Gegenstände mit allen ihren Besonderheiten"[26]. Nach Frege gibt es also entweder eine Vielheit verschiedener Dinge oder eine einzige Einheit, aber eine Vielheit gleicher Einheiten ist logisch unmöglich, und die bekannte Auffassung der Zahl ist demnach zu verwerfen.
Freges Kritik beruht offenbar auf dem sogenannten „Prinzip der Identität von Ununterscheidbaren", das von Leibniz formuliert wurde.[27] Bei Leibniz jedoch gilt dieses Prinzip nur für Substanzen oder „Individuen" (*individus*), nicht für reine Einheiten, und er leugnet gar nicht, dass eine Zahl, d. h. eine ganze Zahl im Gegensatz zur Bruchzahl, als „eine Menge von Einheiten" (*une multitude d'unités*) verstanden werden kann.[28] Aus Leibnizscher Perspektive beruht daher Freges Kritik der bekannten Auffassung der Zahl auf seiner Unfähigkeit zwischen reinen „Einheiten" und bestimmten „Dingen" zu unterscheiden. Frege zufolge gibt es einen wesentlichen Unterschied zwischen einem „Begriff" und einem „Gegenstand", aber alle Gegenstände, einschließlich aller Dinge und der Zahl Eins, sind auf gleiche Weise absolut verschieden und absolut Einzelne; einem Gegenstandswort geht daher immer nur der bestimmte Artikel, der den Singular bezeichnet, voran.[29] Aus diesem Grund

---

[23] Siehe Russell (1919), S. 11.
[24] GA, 66 [§ 34].
[25] GA, 75 [§ 41]; 68 [§ 35].
[26] GA, 69 [§ 36].
[27] Siehe Leibniz (1921), S. 183 [II, xxvii, § 3].
[28] Leibniz (1921), S. 112 [II, xvi, §4]. Mehrere Stellen in den *Grundlagen* machen deutlich, dass Frege die *Nouveaux Essais* (wenigstens zum Teil) gelesen hat; siehe u. a. GA, 37–8 [§ 10].
[29] Siehe Frege (2008), S. 50.

kann nach Frege ein Gegenstand „nicht wiederholt“ vorkommen und, da die Zahl Eins ein Gegenstand ist, kann es „nicht verschiedene Zahlen Eins“ geben, die die Bestandteile einer jeden Zahl sein könnten, „sondern nur Eine“[30].

Aus der Hegelschen Perspektive, die in dieser Hinsicht mit der Leibnizschen übereinstimmt, übersieht Frege den logischen Unterschied zwischen dem qualitativen Etwas, das wohl dem Leibnizschen Prinzip gemäß vollkommen bestimmt und damit ein konkretes Einzelnes ist, und dem Eins, das sich bloß durch sein leeres Insichgekehrtsein oder „Fürsichsein“ von anderen Eins, die auf gleiche Weise leer sind, unterscheidet. Das heißt wiederum, dass bei Frege jegliches Verständnis der Quantität, die im Sichkontinuieren des Eins in andere gleiche Eins besteht, fehlt. Aus Hegelscher Sicht scheitert daher Freges Kritik der herkömmlichen Auffassung der Zahl als Einheit vieler Eins an seinem Unvermögen, den wahren Begriff des Eins und den daraus entspringenden Begriff der Quantität zu verstehen.

Freges eigene Auffassung ist vom Hegelschen Standpunkt aus betrachtet ebenso problematisch. Es würde zu viel Zeit in Anspruch nehmen, Freges Ableitung und Rechtfertigung seines Zahlbegriffs ausführlich zu untersuchen. Die Grundprobleme seiner Auffassung der Zahl lassen sich aber schon erkennen, wenn wir nur einen kurzen Blick auf seine Definition der Zahl „0“ werfen.

Eine bestimmte Zahl wird, Frege zufolge, durch den Begriff, dem sie „zukommt“, definiert, und welchem Begriff sie zukommt, hängt davon ab, was „unter“ den Begriff „fällt“. Freges Zahlbegriff setzt also voraus, dass ein deutlicher Unterschied zwischen einem „Begriff“ und den „Gegenständen“, die unter diesen „fallen“, gemacht wird, und zudem, „daß für jeden Gegenstand bestimmt sei, ob er unter ihn falle oder nicht“[31]. Dieser Unterschied, der aus der Hegelschen Perspektive ein reiner Verstandesunterschied ist, wird von Frege nicht gründlich gerechtfertigt, sondern direkt von einem anderen logischen Unterschied hergeleitet, der selber ohne weiteres Bedenken der Mathematik entnommen wird, nämlich dem Unterschied zwischen „Funktion“ und „Argument“.[32] Im Gegensatz zu Hegels Begriff der Zahl, der im Laufe einer voraussetzungslosen Ableitung verschiedener Formen der Quantität entsteht, beruht also Freges Zahlbegriff auf einem logischen Unterschied, den Hegel als „dogmatisch“ beschreiben würde.

[30] GA, 85 [§ 51]; 71 [§ 38].
[31] GA, 107–8 [§ 74].
[32] Siehe Frege (2008), S. 2 ff., und Weiner (2004), S. 56.

Auf dem Hintergrund dieses logischen Unterschiedes zwischen einem Begriff und dem unter ihn „fallenden“ Gegenstand, definiert Frege die Zahl, oder in seiner Terminologie die „Anzahl“, 0 wie folgt: „0 ist die Anzahl, welche dem Begriffe ‚sich selbst ungleich‘ zukommt”[33]. Die Anzahl 0 kommt diesem Begriff zu, erklärt Frege, weil unter ihn „nichts fällt“; und es fällt nichts unter ihn, weil gar kein Gegenstand sich selbst „ungleich“ sein kann. Noch einmal sehen wir, dass Freges Zahlbegriff ein Produkt des Verstandes ist; in diesem Fall aber setzt der Fregesche Verstand nicht bloß einen scharfen logischen Unterschied, sondern auch den Satz der Identität, voraus. Nach Hegel jedoch hat dieser Satz nur bedingte Gültigkeit, weil das qualitative Etwas und auch das Eins in Wahrheit nicht nur mit sich identisch, sondern auch in sich ihre eigenen Negationen sind.
Wie wir in der Logik der Qualität erfahren, hat das Etwas zwar eine eigene Identität „an sich“; aber es verhält sich auch „*aus sich selbst* zum Andern“, und als Endliches bezieht es sich explizit „negativ“ auf sich selbst, indem es sich zugrunde richtet (GW 21, 107; 113; 116). In diesen Hinsichten also ist das Etwas notwendig „sich selbst ‚ungleich‘“. Ähnlich ist das Eins sich selbst ungleich, insofern es einerseits rein für sich ist, andererseits aber sich in sein Anderes kontinuiert. Aus Hegelscher Perspektive wird also durch Freges Definition die Zahl 0 in der Tat mit der (für Hegel unmöglichen) größten Zahl gleichgesetzt, da *alle* Gegenstände unter den Begriff „sich selbst ‚ungleich‘“ fallen.[34] Freges Versuch, eine Zahl, ohne den herkömmlichen Begriff einer Einheit gleichartiger Eins heranzuziehen, neu zu definieren, scheitert daher an der ersten Hürde. Dies hat dann schwerwiegende Konsequenzen für seine Ableitung weiterer Zahlen, denn diese setzt voraus, dass 0 zuerst eindeutig definiert werden kann.[35]
Soweit ich weiß, hat sich Frege über Hegels Dialektik und seinen Begriff der Zahl gar nicht geäußert. Anzunehmen ist aber, dass er diesen Begriff als entweder überholt oder unsinnig verworfen hätte. Aus Hegelscher Perspektive hingegen entsteht sein Begriff der Zahl im Laufe eines logischen Prozesses, der streng notwendig und in seinem Anfang systematisch voraussetzungslos ist. Im Gegensatz dazu beruhen Freges Zahlbegriff und seine Kritik der herkömmlichen Auffassung der Zahl auf dogmatischen Voraussetzungen des Verstandes. Obwohl Freges Beitrag zur

---

[33] GA, 107 [§74].
[34] Für Hegels Kritik des Begriffs des “*Unendlichgroßen*”, siehe GW 21, 221.
[35] Vgl. GA, 110 ff. [§77 ff.].

Entwicklung der formalen Logik wohl von großem Belang sein mag, gelingt es daher seiner Analyse der Zahl keineswegs Hegels spekulativen Zahlbegriff zu untergraben.

7. *Extensives Quantum*

Kehren wir nun zu Hegels Analyse der Zahl zurück. Wie oben bereits notiert wurde, ist jede Zahl ein numerisches Eins. Das Eins für sich ohne innere Vielheit ist noch keine Zahl, dennoch ist jede Zahl für sich *Eins*: „die Vielen machen eine Zahl, *Ein* Zwey, Ein Zehen, Ein Hundert u.s.f. aus“ (GW 21, 195). Später werden wir Quanta begegnen, die nicht einfache Eins, sondern Verhältnisse sind, und an jener Stelle wird die Zahl die Form der Bruchzahl annehmen (vgl. GW 21, 242–50; 311–13). Mit der Ableitung des quantitativen unendlichen Progresses werden Zahlen auch die Form des Dezimalbruchs (einschließlich derjenigen der irrationalen Zahl) annehmen können (vgl. GW 21, 220–2; 243–8). Weder Bruchzahlen noch Dezimalbrüche jedoch werden durch den Begriff der Zahl selbst notwendig gemacht. Dieser Begriff erfordert nur, dass es Zahlen als solche, d. h. „natürliche“ Zahlen und zwar Kardinalzahlen, geben muss, und diese Zahlen sind eben einfache numerische Eins. Als solche sind sie, trotz ihrer verschiedenen Anzahlen, alle gleich, und dadurch werden wir zu einer neuen Quantitätsbestimmung weitergeleitet, nämlich zum Begriff des extensiven Quantums. Die Quantität als solche ist eine allgemeine Form des Seins: es gibt qualitatives und auch quantitatives Sein, und beide haben verschiedene logische Strukturen. Die Quantität unterscheidet sich dann in zwei verschiedene Arten, nämlich die kontinuierliche und die diskrete Größe. Als Arten der Quantität sind sie auch beide etwas Allgemeines. Die diskrete Größe nimmt dann notwendig die Form der begrenzten Quantität an und existiert nur insofern sie in verschiedene Quanta aufgeteilt ist.

Das Prinzip des Quantums ist das Eins. Jedes Quantum hat also seine Grenze in seinem Einssein, und diese Grenze ist somit die „abstracte, einfache Bestimmtheit desselben“ (GW 21, 194). Das Quantum ist aber nicht bloßes Eins, sondern auch eine Einheit von vielen Eins, und insofern es durch die bestimmte Vielheit oder „Anzahl“, die es enthält, von anderen Quanta unterschieden ist, ist es eine Zahl (GW 21, 194). Es ist also nur als Zahl mit einer gewissen Anzahl, dass ein Quantum vollkommen bestimmt ist.

Jetzt aber, indem die Zahl explizit als numerisches Eins gedacht wird, tritt das Einssein des Quantums wieder hervor. Dadurch aber werden alle Zahlen gleichgesetzt: insofern sie alle numerische Eins sind, gibt es keinen bestimmten Unterschied zwischen ihnen. Sie sind alle als Quanta derselben Art begriffen, nämlich als *extensive* Quanta.

Ein extensives Quantum ist zuerst als *Eins* zu verstehen. Es ist daher, wie das Quantum als solches, etwas Einfaches, das eine „*einfache* Bestimmtheit“ hat (GW 21, 209). Das extensive Quantum ist aber nicht bloß ein Quantum als solches, da es eine Anzahl enthält. Diese Anzahl unterscheidet es jedoch nicht von anderen Quanta (wie die Anzahl in einer Zahl), weil sie nur die Anzahl als solche ist, die jedes Quantum gleichermaßen zu einem *extensiven* macht. Jede Zahl enthält eine verschiedene Anzahl von Eins und ist durch diese spezifische Anzahl bestimmt. Sie sind aber darin alle gleich, *dass* sie ihre jeweilige Bestimmtheit in einer Anzahl haben, und in dieser Hinsicht sind sie alle extensive Quanta.

Der Unterschied zwischen der Zahl und dem extensiven Quantum ist also subtil. Jede Zahl wird als Zahl gedacht, insofern ihre eigne, sie von anderen Zahlen unterscheidende Anzahl hervorgehoben wird, d. h. insofern sie als 3 oder 4 oder 5 gedacht wird. Jede Zahl wird aber als extensives Quantum gedacht, insofern jede als *dasselbe* einfache numerische Eins, dessen Bestimmtheit in einer Anzahl überhaupt liegt, verstanden wird. In Hegels eigenen Worten, ist das extensive Quantum „von der Zahl nur dadurch unterschieden, dass ausdrücklich die Bestimmtheit als Vielheit in dieser *gesetzt* ist“ (aber nicht in jenem) (GW 21, 209, meine Hervorhebung).[36] Wir sind daher von der Zahl zum extensiven Quantum weitergeführt worden, weil jede Zahl als ein numerisches Eins mit einer Anzahl, *genau wie alle anderen*, gedacht werden muss.

8. *Intensives Quantum*

Zur Wiederholung: Die Bestimmtheit der Zahl liegt in der Anzahl, die sie enthält. Diese Anzahl ist ausdrücklich von der Anzahl in anderen Zahlen unterschieden, und dadurch ist jede Zahl eine bestimmte, von allen anderen unterschiedene Zahl. Insofern

[36] McTaggart (1910, S. 51) hat die Sachlage gerade umgekehrt, wenn er schreibt: „We have first Extensive Quantum. This conception is identical with that of Number, except that its determination is now explicitly posited as a plurality (Vielheit)“.

aber die Zahl als numerisches Eins gedacht wird, wird sie nicht mehr in ihrem Unterschied von anderen Zahlen, sondern als „für-sich-bestimmte, gleichgültige, einfach auf sich bezogene Grenze“ verstanden (GW 21, 209). So gedacht sind alle Zahlen gleich; jede ist ein extensives Quantum, d. h. ein Quantum, das viele außer einander liegende Eins in sich enthält.

Es ist wichtig das Folgende in Erinnerung zu behalten: In der Zahl als numerischem Eins, als extensivem Quantum, ist die Anzahl oder Vielheit explizit „eingeschlossen in das *für-sich-seyende* Eins“ (GW 21, 209, meine Hervorhebung). Diese Anzahl steht daher nicht mehr in ausdrücklichem Gegensatz zu *anderen* Anzahlen. Ohne von anderen Anzahlen unterschieden zu sein, wird die Anzahl jedoch nicht mehr als bestimmte Anzahl, sondern bloß als Anzahl überhaupt, als Vielheit von Eins gedacht. Als bloße Vielheit ohne Bestimmtheit aber kann sie dem Quantum, der Zahl, keine Bestimmtheit verleihen: die Anzahl im extensiven Quantum „*macht nicht als eine Menge von numerischen Eins* die Bestimmtheit der Zahl aus“ (GW 21, 210). Sie macht vielmehr die Einheit der Zahl oder des Quantums aus, und sie tut das auf folgende Weise.

Die vielen Eins im extensiven Quantum sind nicht mehr eine bestimmte Vielheit von Eins, sondern eine bloße Vielheit überhaupt. Als solche sind sie natürlich alle gleich: „jedes der vielen ist was das Andere ist“ (GW 21, 209). Da sie aber alle gleich sind, bilden sie in ihrer Diskretion eine Kontinuität des Seins: „Diß Viele fällt also für sich selbst in seine Continuität zusammen und wird einfache Einheit“ (GW 21, 210). Diese Kontinuität oder Einheit lässt sich jedoch von der Einheit des *Quantums* nicht trennen, weil die Vielen einer Anzahl, nur insofern sie innerhalb dieser Einheit „eingeschlossen“ sind, überhaupt zu einer bloßen Vielheit herabgesetzt werden (GW 21, 209). Das heißt aber, Hegel zufolge, dass die Vielen aufhören, eine eigenständige Identität als *Viele* im Gegensatz zur Einheit des Quantums zu haben; sie machen eben nur diese Einheit aus. Die Vielen werden also, sozusagen, von der Einheit des Quantums absorbiert; oder, in Hegels Worten, „die Aeusserlichkeit, welche die Eins der vielen ausmachte, verschwindet in dem Eins, als Beziehung *der* Zahl auf sich selbst“ (GW 21, 210).

In der Zahl als solcher ist die Anzahl von dem Moment der Einheit deutlich unterschieden. Die vielen Eins in der Anzahl sind einander äußerlich und somit „Bestandteile“ der Zahl; das Moment der Einheit kommt ihnen daher nicht zu, sondern es gehört der Zahl als Eins, als Quantum, an. Im extensiven Quantum fallen also die vielen Eins der Anzahl innerhalb einer Einheit, die nicht ihnen, sondern dem Quantum als solchem angehört. Insofern die Vielen dann selbst eine Kontinuität bilden, stellen sie also nur die Einheit her, die schon dem Quantum als solchem eigen ist. Sie fallen daher mit der Einheit des Quantums zusammen und hören dabei auf, eine von ihr unterschiedene Vielheit zu sein.

Was sich durch die Logik des extensiven Quantums ergibt, ist also ein Eins, das jetzt nur als Einheit zu denken ist. Dieses Eins bleibt aber ein Quantum, eine Zahl, und ist daher noch bestimmt. Sie ist aber nicht mehr durch eine innere Mannigfaltigkeit bestimmt, sondern sie ist eine „*einfache Bestimmtheit*" geworden − eine einfache Bestimmtheit, die Hegel das intensive Quantum oder den Grad nennt (GW 21, 210). Mit dem Grad ist der anfängliche Begriff des Quantums als solcher wiederhergestellt. „Das Quantum nur als solches", hat Hegel etwas früher in der WdL geschrieben, „ist begrenzt überhaupt, seine Grenze ist abstracte, einfache Bestimmtheit desselben" (GW 21, 194). Mit dem Grad sind wir nun zum Begriff des Quantums, des quantitativen Eins, als „*einfache[r]* Bestimmtheit" zurückgekehrt (GW 21, 209). Der Grad unterscheidet sich jedoch vom Quantum als solchem dadurch, dass er durch die Begriffe der Zahl und des extensiven Quantums vermittelt ist. Jedes Quantum ist in seiner vollkommenen Bestimmtheit Zahl, und jede Zahl ist zugleich extensives Quantum; das extensive Quantum geht dann durch seine eigene logische Struktur ins intensive Quantum über und ist daher nicht mehr als einheitliche Menge, sondern als einfaches bestimmtes Eins, als Grad, zu verstehen. Als logisch weiterentwickelte Form der *Zahl* aber muss der Grad die Anzahl immer noch an ihm haben, doch nur als „*aufgehobene* Anzahl", als Vielheit, die sich durch die Gleichheit der Vielen der einfachen Einheit gleichgemacht hat (GW 21, 210). Der Grad ist daher nicht auf das Quantum als solches zu reduzieren, da er die Anzahl als aufgehoben in sich enthält. Der Grad als Eins ist notwendig bestimmt. Vollkommen bestimmt aber ist ein Quantum nur als Zahl. Die Bestimmtheit des Grades muss daher auch „durch eine *Zahl* ausgedrückt werden" (GW 21, 210). Der Grad jedoch hat nicht mehr eine Anzahl als Summe, sondern er ist etwas Einfaches, „nur Ein Grad" (GW 21, 210). Folglich, obwohl der Zahl, durch welche der Grad bestimmt wird, die Bestimmtheit, die in einer Anzahl liegt, zukommen muss, darf sie diese Anzahl nur als aufgehoben, als „*einfache* Bestimmtheit", enthalten (GW 21, 210).

Nehmen wir, z. B. die Zahl zehn. Als solche ist sie die Einheit von zehn Eins; ihre Bestimmtheit liegt also in der Anzahl oder Menge von Eins, die sie enthält, und sie ist daher ein extensives Quantum. Aus diesem Grunde aber kann durch die Zahl zehn als solche kein intensives Quantum oder ein Grad ausgedrückt werden; dieser kann nur durch die Zahl zehn, insofern sie eine ganz einfache Bestimmtheit ist, ausgedrückt werden. Die Zahl des Grades muss daher nicht *zehn*, sondern *der zehnte* sein, wobei „der zehnte" keine Summe von zehn Eins, sondern eine einfache, fürsichseiende Zahl ist.

Auf der anderen Seite hat der zehnte Grad die Bestimmtheit der Nummer zehn immer noch an ihm, und diese Bestimmtheit liegt eben in der *Anzahl*, die zur Nummer zehn gehört. Der zehnte Grad ist also von dieser Anzahl untrennbar. Da aber der Grad seine ihn bestimmende Anzahl nicht mehr innerhalb seiner hat, muss er sie außerhalb seiner haben. Er muss sich also auf eine ihm äußerliche Vielheit beziehen, und diese „ihm äusserliche Vielheit macht die Bestimmtheit der einfachen Grenze, welche er für sich ist, aus" (GW 21, 211). Der Grad ist ein ganz einfaches Quantum, worin die Anzahl zur einfachen Einheit aufgehoben worden ist. Da er aber Quantum ist, muss seine vollkommene Bestimmtheit durch eine Zahl ausgedrückt werden; er ist also ohne die Anzahl, die zu dieser Zahl gehört, nicht zu denken. Jedoch, als „in sich reflektirte Beziehung auf sich selbst […], schließt sie die Gleichgültigkeit und Aeusserlichkeit der Anzahl aus sich aus, und ist *Beziehung auf sich als Beziehung durch sich selbst auf ein Aeusserliches*" (GW 21, 211).

Das heißt nicht, dass der zehnte Grad zehn andere Grade außerhalb seiner haben muss; es heißt eher, dass der Grad nur durch die Vielheit, die außer ihm liegt, *zum zehnten* bestimmt wird. Für sich ist er bloß ein einfacher Grad; *der zehnte* ist er nur in Beziehung auf andere, die außer ihm sind. Die Bestimmtheit „der zehnte" gehört ihm allein an: sie ist seine ihn von allen anderen auszeichnende Bestimmtheit. Diese Bestimmtheit kommt ihm aber nur durch die anderen Grade zu. Ein Grad ist daher notwendig einer unter mehreren, und er „hat sein Bestimmtseyn nur in diesen" (GW 21, 212). Seine eigene Bestimmtheit ist also eine „sich äusserliche Bestimmtheit", eine Bestimmtheit, die jenseits der fürsichseienden Grenze liegt, der sie angehört (GW 21, 211). Dies trifft für jeden Grad zu: sie sind alle nur durch ihre Beziehung auf andere bestimmt. Sie bilden daher eine „Scale der Grade", worin jeder nur vermittelst der anderen das ist, was er ist (GW 21, 211).

In der Zahl als solcher gibt es einen Unterschied zwischen der Einheit der Zahl und der Anzahl in ihr (vgl. GW 21, 194–5). Jede Zahl ist als Eins − dasselbe Eins − eine Einheit, aber jede enthält auch eine verschiedene Anzahl, wodurch sie bestimmt ist.

Diese Anzahl unterscheidet sich von anderen Anzahlen, z. B. als 3 im Gegensatz zu 4; dennoch fällt sie, und somit die Bestimmtheit der Zahl, innerhalb der Zahl selbst. Insofern jede Zahl als extensives Quantum gedacht wird, wird sie dann nicht mehr in ausdrücklichem Gegensatz zu anderen Zahlen gedacht. Ihre innere Vielheit wird daher nicht als *bestimmte* Anzahl, sondern bloß als innere Vielheit oder Menge überhaupt verstanden. Als solche stellt diese Vielheit eine einfache, kontinuierliche Einheit her, die mit der Einheit des Quantums selbst zusammenfällt, und auf diese Weise verwandelt die Vielheit das Quantum in ein intensives oder einen Grad. Das extensive Quantum wird also zum intensiven, weil die Anzahl innerhalb von jenem den Unterschied zwischen Anzahl und Einheit zum Verschwinden bringt, indem sie sich selbst aufhebt und die einfache Einheit des Quantums ausmacht.

Jetzt aber ist der Unterschied zwischen der Anzahl und der Einheit der Zahl wieder entstanden, da die Anzahl als Vielheit *außerhalb* der Einheit des Quantums gesetzt wird. Diese Vielheit bestimmt das intensive Quantum, z. B. das zehnte zu sein, aber sie fällt als solche außerhalb des Quantums, dessen Bestimmtheit sie ausmacht. Der Grad ist daher eine *fürsichseiende*, in sich bestimmte Grenze, die gegen andere Grade gleichgültig ist, die aber zugleich nur *durch* diese anderen Grade vollständig bestimmt wird.

Hegel hat nachgewiesen, dass sich die Quantität in verschiedene Quanta, in einfache, begrenzte quantitative Einheiten spaltet. Jedes Quantum ist auch als Zahl zu denken und ist nur auf diese Weise vollkommen bestimmt, und jede Zahl ist als extensives Quantum zu verstehen, d. h. als Eins, das eine innere Vielheit umfasst. Jedes extensive Quantum ist wiederum auch als intensives Quantum zu verstehen, das seinerseits als Zahl ausgedrückt werden muss. Es hat sich also herausgestellt, dass es notwendig zwei Arten von Quantum, und auch zwei Arten von Zahl, geben muss. Anders ausgedrückt, muss jede Zahl in zwei Formen vorkommen: einmal als Zahl als solche − als Kardinalzahl − und einmal als Grad − als Ordinalzahl. Der Unterschied zwischen den Kardinalzahlen und Ordinalzahlen ist also nicht bloß unserem Denken zuzuschreiben, sondern er wird durch den Begriff des Quantums und der Zahl selbst notwendig gemacht. Jede Zahl muss durch ihre eigene Natur sowohl eine einheitliche

Summe von Eins, als auch eine ganz einfache Bestimmtheit sein, d. h. 3, 4, 5 usw. und die dritte, vierte, fünfte usw. (in der Reihe, die mit 1 anfängt).[37]

9. *Die Identität der extensiven und intensiven Größe*

Der Grad ist ein ganz einfaches Quantum ohne innere Vielheit; in Hegels Worten ist der Grad „nicht innerhalb seiner ein sich Aeusserliches“ (GW 21, 212). Seine Bestimmtheit ist daher nicht einer in ihr enthaltenen Anzahl, sondern ihrer Beziehung auf andere Grade, zu verdanken: ob ein Quantum das dritte, vierte oder zehnte ist, hängt davon ab, wie viele Quanta es außer ihr in der Skala der Grade gibt. Daher, schreibt Hegel, „ist der zwanzigste Grad nur vermittelst dieser Anzahl, die als solche ausser ihm ist“ (GW 21, 212). Die Bestimmtheit des Grades ist mit einer Anzahl unauflösbar verbunden, die aber dem Grad selber nicht angehört.

Auf der anderen Seite ist jeder Grad ein einfaches, fürsichseiendes Quantum, das andere Grade ausschließt und seine „Bestimmtheit in diesem Ausschließen“ hat (GW 21, 212). Jeder Grad ist also „an ih[m] selbst bestimmt“ (GW 21, 213): seine Bestimmtheit ist *seine* Bestimmtheit, die ihn von anderen Graden unterscheidet. Die Anzahl, durch welche er bestimmt ist, muss also auch *seine* Anzahl sein. Da der Grad an ihm selbst bestimmt ist, muss er eine Anzahl innerhalb seiner selbst enthalten; aber, so schließt Hegel, „insofern die Anzahl die seinige ist, und die Bestimmtheit ist zugleich wesentlich Anzahl, so ist er extensives Quantum“ (GW 21, 213). Das intensive Quantum ist daher zugleich extensives Quantum, und jedem Quantum, dem eine Ordinalzahl zukommt, kommt auch eine Kardinalzahl zu.

Das extensive und intensive Quantum gehen also logisch in einander über. Das extensive Quantum hat eine Anzahl; aber in ihm (im Gegensatz zur Zahl als solcher) ist diese Anzahl nicht ausdrücklich von anderen Anzahlen unterschieden (als 3, 4, 5 usw.), weil sie bloß die Anzahl überhaupt ist, die jede Zahl enthält. Die Anzahl innerhalb des extensiven Quantums ist also nicht als eine bestimmte Anzahl, sondern bloß als eine Menge von Eins zu verstehen; als solche aber, da alle Eins darin gleich sind, stellt diese Anzahl eine kontinuierliche Einheit her und (wie oben erklärt wurde) hebt sich dabei als Anzahl oder Vielheit auf. „Die extensive Größe geht [daher] in intensive Größe über, weil ihr Vieles an und für sich in die Einheit zusammenfällt“

[37] Zu den Ähnlichkeiten und Unterschieden zwischen Hegel und Kant in Bezug auf die extensive und intensive Größe, siehe Houlgate (2014a), S. 26.

(GW 21, 213). Das daraus resultierende Quantum ist das intensive Quantum, das eine einfache Bestimmtheit ohne innere Mannigfaltigkeit hat.

Das intensive Quantum als Quantum muss aber durch eine Zahl ausgedrückt werden, eine Zahl, die selber eine Anzahl enthält. Insofern das intensive Quantum keine innere Vielheit aufweist, muss die Anzahl, durch die es bestimmt wird, außer ihm liegen. Es wird also nur durch die anderen intensiven Quanta, auf die es sich bezieht, als das zehnte oder zwölfte bestimmt. Das intensive Quantum ist aber auch einfache, *fürsichseiende* Bestimmtheit und ist in dieser Hinsicht an ihm selber bestimmt. Ferner ist es vollkommen bestimmt nur als Zahl. Das heißt aber, dass es die Anzahl, durch welche es bestimmt ist, auch an ihm selber haben muss; und das erfordert wiederum, dass es eine innere Vielheit haben muss und extensives Quantum sein muss.

> „Dieses Einfache [hat] seine Bestimmtheit nur an der Anzahl, und zwar als *seiner*; als gleichgültig gegen die anders bestimmten Intensitäten hat es die Aeusserlichkeit der Anzahl an ihm selbst; so ist die intensive Größe ebenso wesentlich extensive Größe“ (GW 21, 213)

Ebenfalls ist jede Kardinalzahl als Ordinalzahl, und auch umgekehrt, zu denken. Das Zehnte in einer Reihe muss also auch als die Nummer zehn in dieser Reihe gedacht werden; und umgekehrt muss die Nummer zehn in einer Reihe, die mit eins anfängt, als die zehnte in der Reihe gedacht werden. (In der Reihe 4, 5, 6, 7 ist natürlich 7, nicht 4, die vierte; *als* die vierte aber ist 7 selber die Nummer *4* in dieser Reihe, wenn wir deren Mitglieder abzählen.)

Nach Hegel also, wie gesagt, gehen das extensive und intensive Quantum logisch ineinander über.[38] Dabei wird aber der feste Unterschied zwischen den beiden aufgehoben, und sie stellen zusammen eine Einheit oder „Identität“ her, die weder auf das eine noch auf das andere zu reduzieren ist. Diese Einheit ist zunächst das Quantum selbst, das jetzt nicht mehr eine einfache Zahl ist, sondern die „sich durch die *Negation ihrer Unterschiede* auf sich beziehende Einheit“ (GW 21, 213) − das Quantum als Produkt seiner eigenen Momente.

Der Unterschied zwischen dem extensiven und intensiven Quantum macht aber „die daseyende Größe-Bestimmtheit aus“, denn das Quantum oder die begrenzte Größe hat sich zu eben diesem Unterschied entwickelt (GW 21, 213). Ja, dieser Unterschied ist die bisher vollständigste Realisation der quantitativen Bestimmtheit: die Quantität ist

[38] Zu diesem Übergang, siehe auch Winfield (2012), S. 138.

vollkommen bestimmt, d. h. in sich unterschieden, gerade *als* der Unterschied zwischen dem extensiven und intensiven Quantum. Die neu entstandene Einheit ist jedoch gleichgültig gegen diesen quantitativen Unterschied, insofern sie sowohl das eine als das andere Moment ist; und somit ist sie gleichgültig gegen die quantitative Bestimmtheit selbst in deren meist entwickelten Form. Da aber diese Einheit gegen die quantitative Bestimmtheit gleichgültig ist, kann sie nicht bloß ein Quantum sein. Sie muss zugleich ein qualitatives Etwas sein, denn die Qualität ist eben gegen die Quantität gleichgültig, die ihrerseits der Qualität äußerlich ist. (Wie groß ein Haus ist, ändert nichts an der Qualität, wodurch es ein Haus ist, es sei denn, sein Maß wird überschritten). Der Übergang des extensiven und intensiven Quantums in einander ergibt also eine Einheit, die sowohl Quantum, als auch qualitatives Etwas ist.
Am Ende des ersten Abschnittes der WdL wird die Quantität durch die Qualität notwendig gemacht. Jetzt aber hat die Quantität zum ersten Mal die Qualität wieder eingeführt: denn das Quantum selbst erweist sich durch seine eigene Logik als Quantum eines qualitativen Etwas.

10. *Die Veränderung des Quantums*

Hegel weist darauf hin, dass im Übergang der beiden Arten des Quantums ineinander die *Bestimmtheit* des Quantums auch gegen den Unterschied zwischen ihnen gleichgültig ist: denn ob sie extensiv oder intensiv ist, diese Bestimmtheit bleibt dieselbe Anzahl (vgl. GW 21, 217). Auch in einem anderen Sinne aber tritt durch diesen Übergang die Bestimmtheit des Quantums in ihrer Gleichgültigkeit hervor. Diese Bestimmtheit ist nämlich die *Qualität* des Quantums, die sowohl das extensive als auch das intensive Quantum kennzeichnet (und in diesem Sinne gegen beide „gleichgültig“ ist). Solche Qualität besteht darin, ein sich veränderndes Quantum zu sein.
Hegels Text scheint es nahezulegen, dass die notwendige Veränderung des Quantums von dem intensiven Quantum direkt abzuleiten ist. Hegel erinnert uns zuerst daran, dass die intensive Größe „ihre Bestimmtheit nicht an ihr, sondern in einem andern Quantum“ (bzw. in mehreren anderen Quanta) hat (GW 21, 217).[39] Danach folgt unmittelbar die Behauptung, dass ein Quantum also „seiner Qualität nach in absoluter

[39] Der Satz, dem diese Worte entnommen sind, fängt mit „Er“ an, womit offenbar der Grad bezeichnet wird. Siehe auch GW 11, 138: „So ist das Quantum als Grad gesetzt. Er ist [...].“

Continuität mit seiner Äusserlichkeit, mit seinem Andersseyn, gesetzt“ sei. Diese Behauptung wiederum begründet den Schluss, dass sich ein Quantum in ein anderes verändern muss, um überhaupt es selbst zu sein. Es sieht also aus, als wäre die Intensität des Quantums allein für die Veränderung des Quantums verantwortlich. Solche Ableitung der Veränderung des Quantums ist jedoch logisch problematisch: denn es leuchtet gar nicht ein, warum das Bestimmen des Grades durch andere Grade es notwendig machen soll, dass ein Quantum ein anderes Quantum *werden* muss. Wenn wir hingegen in Betracht ziehen, dass das intensive und das extensive Quantum in ihrem Übergang in einander eine Einheit bilden, die weder auf das eine noch auf das andere zu reduzieren ist, wird die notwendige Veränderung des Quantums verständlich.

Diese Einheit als Quantum weist die logischen Strukturen beider Arten des Quantums auf. Als intensiv hat dieses Quantum seine Bestimmtheit wohl „in einem andern Quantum“ (GW 21, 217); als extensiv aber hat es seine Bestimmtheit an ihm selbst, nämlich in der Anzahl, die es enthält. Als die explizite Einheit beider hat das Quantum also seine Bestimmtheit sowohl innerhalb als auch außerhalb seiner; d. h. diese Bestimmtheit *kontinuiert sich* jenseits des Quantums, dem es gehört, in ein anderes Quantum. Dadurch also wird die Behauptung gerechtfertigt, dass ein Quantum − dank dem Übergang der beiden Arten des Quantums ineinander − „seiner Qualität nach in absoluter Continuität mit seiner Äusserlichkeit, mit seinem Andersseyn“ sei (GW 21, 217).

Wie aber führt dieser Gedanke zu demjenigen der quantitativen Veränderung? Der Zusammenhang ist folgender. Das Quantum, wie es jetzt verstanden wird, hat seine Bestimmtheit und sein Sein nicht bloß an ihm selbst, sondern ebenso wohl in einem anderen Quantum. Mit anderen Worten, ist es die „Größebestimmung“, die „ihr Seyn nur in dieser Continuität mit einem anderen hat“ (GW 21, 217). Um es selbst zu sein, kann es daher nicht einfach es selbst bleiben, sondern es muss das *Andere* werden, worin sich sein eignes Sein kontinuiert. Indem es aber ein Anderes wird, wird es nicht bloß durch letzteres ersetzt, sondern es verwandelt sich *in* das Andere und kontinuiert sich so in der Form eines neuen Quantums.

Laut Hegel also ist es nicht nur der Fall, dass eine Größebestimmtheit verändert werden kann, „sondern es ist diß *gesetzt*, daß sie sich verändern *muß*“ (GW 21, 217). Diese notwendige Veränderlichkeit, ja dieses notwendige Sichverändern, des Quantums ist daher die Qualität des Quantums, die erst durch die Dialektik des extensiven und intensiven Quantums sichtbar wird. Diese Veränderlichkeit bedeutet übrigens nicht unmittelbar, dass sich Gegenstände in der Natur verändern müssen; solche natürliche Veränderung beruht vielmehr auf der notwendigen qualitativen Veränderung eines jeden Etwas (vgl. GW 21, 106). Hegels Logik des Quantums beweist nur, dass ein Quantum durch sich selbst eine Reihe größerer und kleinerer Quanta und Zahlen notwendig erzeugen muss. Hegel hat damit das Prinzip abgeleitet, das seiner Ansicht nach in der Mathematik bloß vorausgesetzt wird: nämlich, dass die Größe „sich *vermehren* oder *vermindern* lässt“ (GW 21, 175). Dabei hat er auch nachgewiesen, dass Quanta bzw. Zahlen, die einander in anderer Hinsicht äußerlich sind und so rein diskret zu sein scheinen, gerade durch ihr Sich-ineinander-Verwandeln ein Kontinuum miteinander bilden.

Mit dem Prinzip der quantitativen Veränderung wird aber auch ein anderer Begriff eingeführt: derjenige der quantitativen Unendlichkeit. Das qualitative Eins stößt sich von sich ab und ist dadurch „das Erzeugen des sich selbst gleichen“ jenseits seiner, oder das Setzen von vielen anderen Eins (GW 21, 218). Auf diese Weise ist es unendlich, denn es bezieht sich in den anderen Eins rein auf sich. Das sich verändernde Quantum ist auch unendlich, insofern es sich jenseits seiner kontinuiert. Es ist aber als Quantum ein bestimmtes, begrenztes Eins in Beziehung auf *andere* begrenzte Quanta und ist insofern etwas Endliches. Im Gegensatz zum einfachen Eins also kontinuiert sich das Quantum in ein ganz *anders* bestimmtes Eins. Das Quantum ist daher unendlich in einem weiteren Sinn: denn nicht nur kontinuiert es sich jenseits seiner, sondern es schickt sich dabei über sich hinaus und wird ein Anderes und dann noch ein Anderes, „*und so fort ins Unendliche*“ (GW 21, 218).[40]

11. *Der quantitative unendliche Progress*

Die Qualität des Quantums, die durch die Dialektik des extensiven und intensiven Quantums zutage getreten ist, besteht darin, sich jenseits seiner in das Andere zu kontinuieren. Indem es sich so kontinuiert, wird das Quantum ein anderes Quantum; d. h. „das Quantum verändert sich“ und zwar „*ins Unendliche*“ (GW 21, 218). Nach Hegel jedoch ist das „Andere“ jenseits eines Quantums nicht nur diese endlose Reihe

---

[40] McTaggart (1910, S. 61) behauptet, dass Hegel „apparently ignored the possibility of the Ones“, und daher die Quanta, „being finite in number“. Er bietet aber keine Erklärung dafür an, wie eine solche endliche Summe der Eins, die gar nicht weiter vermehrt werden kann, überhaupt möglich sein soll.

anderer Quanta, sondern es ist auch das Andere und die Negation „*des* Quantums selbst". Da das Quantum als solches etwas Begrenztes und Endliches ist, muss diese Negation „das Negative seiner als eines Begrenzten, und somit seine Unbegrenztheit, *Unendlichkeit*" sein (GW 21, 218). Wie aber ist diese Unendlichkeit des Quantums zu verstehen? Sie kann nicht bloß die unendliche Reihe *anderer* Quanta jenseits des Quantums sein, da sie gerade davon unterschieden worden ist; sie muss daher die *eigene* Unendlichkeit des Quantums selbst sein. Nach Hegel also erlangt das sich verändernde Quantum jenseits seiner seine eigene Unendlichkeit. Es ist leicht zu sehen, warum dies geschieht.

Das Quantum als solches ist endlich, insofern es bestimmt gegen andere Quanta ist; zugleich aber ist es auch unendlich, insofern es, für sich allein betrachtet, ein sich auf sich beziehendes Eins ist. Jetzt aber wird das Quantum als *sich äußerlich* verstanden: es kontinuiert sich in das Andere und verändert sich somit in dieses. Dieses Sichäußerlichsein muss auch auf zweierlei Weise verstanden werden. Das sich äußerliche Quantum ist endlich, insofern es ein anderes wird; aber es ist auch *unendlich*, insofern es sich in dieses andere kontinuiert, sich dabei im Anderen auf sich selbst bezieht und so Fürsichsein wird. Indem es sich verändert, erzeugt das Quantum also nicht nur eine endlose Reihe anderer Quanta, sondern es wird dabei selbst ein unendliches, sich auf sich beziehendes Quantum. *Jenseits* seiner erlangt das Quantum seine *eigene* Unendlichkeit (vgl. GW 21, 221).

Jenseits des Quantums jedoch ist nur ein *anderes* endliches Quantum, das sich selber über sich hinaus fortschickt und sich in ein weiteres Anderes verändert. Das erste Quantum bezieht sich also jenseits seiner nicht auf *sich selbst* und erlangt daher nicht seine eigene Unendlichkeit. Insofern jedoch das zweite endliche Quantum in sein anderes sich kontinuiert, erlangt es seine Unendlichkeit jenseits seiner; dabei aber verändert es sich auch nur in ein anderes endliches Quantum und verfehlt somit seine Unendlichkeit. So geht es immer weiter, als ein Quantum nach dem anderen in ein neues sich verändert, und es entsteht hiermit der „*quantitative unendliche Progreß*"(GW 21, 220). Dieser Progress ist von der soeben erwähnten Veränderung des Quantums „*ins Unendliche*" genau zu unterscheiden (GW 21, 218). Diese ist nur das Erzeugen einer endlosen Reihe endlicher Quanta, während jener Progress dadurch entsteht, dass das sich verändernde endliche Quantum jenseits seiner seine eigene Unendlichkeit sowohl erlangt als auch verfehlt.

Auch in der Sphäre des Qualitativen ist es zum unendlichen Progress gekommen. Dort aber sind das Endliche und das Unendliche einander einfach entgegengesetzt, und jedes geht in sein unmittelbares Gegenteil über (vgl. GW 21, 128–30). In der Sphäre des Quantitativen hingegen haben entgegengesetzte Bestimmungen „ihre Negation, ihr Anderes *an ihr selbst*“ (GW 21, 219). Das endliche, sich verändernde Quantum kontinuiert sich in ein anderes endliches Quantum und wird eben dadurch unendlich; diese Unendlichkeit wird jedoch zugleich untergraben, weil das Quantum dabei ein *anderes* wird, das sich in seiner Endlichkeit in noch ein anderes kontinuiert und somit unendlich wird.
Im Quantitativen sind also die Endlichkeit und Unendlichkeit nicht bloß untrennbar, sondern sie fallen miteinander zusammen. Dennoch bleiben sie dabei einander entgegengesetzt, insofern das Quantum jenseits seiner seine Unendlichkeit nicht nur erlangt, sondern auch verfehlt. Der quantitativ-unendlicher Progress ist daher in Wahrheit „die *Aufgabe* des Unendlichen, nicht die Erreichung desselben“ (GW 21, 220): das Quantum bezieht sich jenseits seiner unendlich auf sich selbst, aber es wird dabei nur noch ein anderes *endliches* Quantum. Dieser Progress drückt daher den Widerspruch aus, der im Begriff des sich äußerlichen und sich in sein Sichäußerlichsein kontinuierenden Quantums liegt, aber er vermag ihn nicht aufzulösen.
Dieser Widerspruch bleibt auch unaufgelöst im bekannten Begriff des Unendlichkleinen und des Unendlichgroßen. Beide sollen unendlich sein, insofern sie die absoluten Grenzen der Verminderung und der Vermehrung der Quantität darstellen. Da jedoch beide noch als *Quanta* zu verstehen sind, fehlt ihnen notwendig die Unendlichkeit, die daher jenseits von ihnen liegen muss. Wie groß oder wie klein auch ein Quantum ist, solange es noch Quantum ist, kann es immer grösser oder kleiner gemacht werden, und in dem Sinne wird die Unendlichkeit nie erreicht: ein Quantum als *Quantum* kann nie „unendlich“ groß oder „unendlich“ klein sein. Laut Hegel also ist die Vergrößerung des Quantums „keine *Näherung* zum Unendlichen“, denn es gibt kein Unendlichgroßes, dem sich ein Quantum nähern könnte; der Begriff des Unendlichgroßen ist nur „der ins Engere gebrachte Ausdruck des Widerspruchs; es soll ein *Großes*, d.i. ein Quantum, und *unendlich*, d.i. kein Quantum seyn“ (GW 21, 221). Das „Unendlichgrosse“ und „Unendlichkleine“ sind daher in Wahrheit beide bloß der unendliche Prozess des Sich-über-sich-Hinausweisens; und insofern sie doch als Endpunkte verstanden werden, sind sie nur „Bilder der Vorstellung, die bey

näherer Betrachtung sich als nichtiger Nebel und Schatten zeigen“ (GW 21, 233). Wie wir später sehen werden, spielen diese Einsichten eine wichtige Rolle in Hegels Interpretation des Differentialkalküls.

12. *Die wahre Unendlichkeit des Quantums*

Wie wir gesehen haben, sind die Quantität und das Quantum ohne den unendlichen Progress nicht zu denken: Quanta und Zahlen erstrecken sich in beide Richtungen ohne Ende, und dabei erlangen und verfehlen sie gleichzeitig ihre Unendlichkeit. Dieser Progress wird durch den Gedanken erzeugt, dass die Unendlichkeit des Quantums wesentlich seine Negation ist, die es nur jenseits seiner erreichen kann (vgl. GW 21, 218). Es bleibt jedoch die Frage, ob die quantitative Unendlichkeit immer nur als das Jenseits oder die einfache Negation des Quantums aufzufassen ist. Hegel zeigt jetzt, dass diese Unendlichkeit anders begriffen werden kann, ja dass der unendliche Progress selbst zu diesem anderen Begriff der Unendlichkeit führt.

Das sich verändernde Quantum kontinuiert sich in ein anderes Quantum; somit bezieht es sich im anderen auf sich selbst und erlangt dabei seine Unendlichkeit. Es erlangt seine Unendlichkeit aber jenseits seiner in seinem Anderen oder Nichtsein, und diese Unendlichkeit wird daher selbst als die erste Negation des Quantums gedacht. Diese Unendlichkeit jenseits des Quantums wird aber selber negiert, weil sie in diesem Jenseits nicht angetroffen, sondern immer wieder hinausgeschoben wird. Sie wird nicht angetroffen, weil jenseits des Quantums nur noch ein anderes endliches Quantum zu finden ist, das sich selber über sich hinaus fortschickt und sich in ein weiteres anderes verändert. Im unendlichen Progress wird also die jenseitige Unendlichkeit durch die Gegenwart des endlichen Quantums im Jenseits negiert. Gerade durch die Gegenwart dieses endlichen Quantums jenseits des ersten Quantums wird aber die wahre Unendlichkeit auch *erreicht*, denn in diesem zweiten Quantum bezieht sich das erste in der Tat unendlich auf sich selbst.

Insofern das Quantum ein *anderes* Quantum wird und so die Unendlichkeit jenseits seiner nur zu erlangen scheint, wird der unendliche Prozess erzeugt. In diesem Prozess aber kontinuiert sich das erste Quantum in das zweite und wird so in diesem zweiten nur es selbst: es verändert *sich* in ein anderes Quantum und wird dabei *es selbst* in einer neuen Form. Indem es aber in dem anderen nur es selbst wird (obwohl in einer neuen Form), bezieht es sich darin *auf sich selbst* und erlangt auf diese Weise die wahre Unendlichkeit. So verstanden, wird ein Quantum im unendlichen Progress nicht bloß ein *anderes* Quantum, sondern ein sich in diesem Anderen auf sich selbst beziehendes, *fürsichseiendes* Quantum. Die wahre Unendlichkeit liegt also nicht jenseits des unendlichen Progresses, sondern sie ist in diesem Progress selbst anzutreffen.

Der Unterschied zwischen der jenseitigen und wahren Unendlichkeit des Quantums ist fein und leicht zu übersehen. Es hängt alles davon ab, wie die notwendige Veränderung des Quantums verstanden wird. Wie wir oben gesehen haben, ist das Quantum „seiner Qualität nach“ sich äußerlich, d. h. es *ist* nur das Sichkontinuieren in Anderes oder das sich Verändernde (GW 21, 217). Insofern es sich in ein *anderes* kontinuiert, erlangt es − oder „sucht“ es (GW 21, 235) − seine Unendlichkeit jenseits von sich; insofern aber als es sich in ein anderes *kontinuiert* und darin *es selbst* wird, erlangt es als diese reine Beziehung auf sich selbst die wahre Unendlichkeit.

Die wahre Unendlichkeit des Quantums bleibt so verstanden jedoch noch im unendlichen Progress versunken. Hegels nächster Schritt in der Logik der Quantität besteht darin, diese wahre Unendlichkeit explizit für sich zu betrachten und ihre eigentümliche logische Struktur darzulegen. Wie also ist das wahrhaft unendliche Quantum zu verstehen?

Zuerst ist es nicht mehr vor allem als bezogen auf *anderes*, als ein Quantum unter anderen, zu begreifen; so wird es nämlich als endlich gedacht. Es wird in seiner Beziehung auf ein anderes als einfache Beziehung auf sich selbst, als einfache „Einheit mit sich“ gedacht (GW 21, 235). Anders gesagt, ist das wahrhaft unendliche Quantum ein Quantum, das sich äußerlich ist, aber durch dieses Sichäußerlichsein reines *Fürsichsein* ist. Das heißt wiederum, dass es Einheit, Eins ist, das das Sichäußerlichsein, oder den Unterschied zwischen zwei Quanta, *innerhalb* seines Fürsichseins hat. Das wahrhaft unendliche Quantum ist also wesentlich ein sich auf sich Beziehendes, und es hat „die Unendlichkeit, das Fürsichbestimmtseyn nicht mehr ausser ihm, sondern an ihm selbst“ (GW 21, 235).

Zweitens, als wahrhaft unendlich ist „das Quantum zur *Qualität* zurückgekehrt“ (GW 21, 235). Die Qualität nimmt nach Hegel die Form sowohl der Endlichkeit als auch der Unendlichkeit an. Die Endlichkeit besteht darin, bestimmt und begrenzt durch ein Anderes zu sein; sie führt aber logisch zur Unendlichkeit, die (als wiederhergestelltes Sein und Dasein, statt nur „Proceß des Werdens“) darin besteht, füsichseiendes Eins zu sein (vgl. GW 21, 137; 150 ff.). Das Einssein ist daher die höchste Manifestation der qualitativen Unmittelbarkeit. Das Eins jedoch stößt sich notwendig von sich ab und erzeugt dabei eine Vielheit anderer Eins; das qualitative Eins ist daher immer eines von vielen. Jedes dieser vielen Eins ist aber als fürsichseiendes Eins den anderen gleich, und das Eins kontinuiert sich daher in die anderen und bildet auf diese Weise eine neue Form des Seins: die Quantität. Der Unterschied zwischen Qualität und Quantität lässt sich also so bestimmen: die Qualität oder Unmittelbarkeit erreicht ihre höchste Form im *fürsichseienden* Eins, während die Quantität in der Kontinuität der Eins, die *außerhalb voneinander* liegen, in der Kontinuität des *sich äußerlichen* Einsseins, besteht. Das Kennzeichen der Quantität ist also vor allem die Äußerlichkeit und Sichäußerlichkeit.

Wie wir gesehen haben, unterscheidet sich die Quantität in bestimmte Quanta, die zuerst als fürsichseiende, wenngleich auch explizit begrenzte, auf andere bezogene, Eins zu verstehen sind. Als intensive Quanta werden sie jedoch durch die anderen Quanta, auf die sie sich beziehen, bestimmt, und sie finden dabei ihre eigene Bestimmtheit *außer* ihnen: Der zehnte Grad ist nur dank der anderen Grade in der Reihe der zehnte statt des neunten oder elften. Durch den Übergang des intensiven und extensiven Quantums ineinander tritt dann eine weitere Qualität des Quantums hervor, nämlich dessen notwendige Veränderlichkeit. Das Quantum, das sich notwendig verändern muss, ist nur es selbst, indem es ein anderes wird, und an diesem Punkt verliert das Quantum scheinbar gänzlich sein Fürsichsein: die Größenbestimmung ist nicht mehr für sich, weil „sie ihr Seyn nur in dieser Continuität *mit einem anderen* hat“ (GW 21, 217, meine Hervorhebung). Die Qualität des Quantums, die hier zur Schau gestellt wird, ist also gar nicht mehr das qualitative Fürsichsein, sondern das vollkommene Sichäußerlichsein, das Sichselbst-nur-*im-Anderen*-sein.

Da sich jedoch das sich verändernde Quantum in ein anderes kontinuiert und dadurch im anderen *es selbst* wird, bleibt es in seiner Veränderung „unendlich“ auf sich selbst bezogen und damit *für sich*. Im wahrhaft unendlichen Quantum ist dann das Fürsichsein vollkommen wiederhergestellt, da dessen Beziehung auf andere nur ein Moment innerhalb seiner Beziehung auf sich selbst ist. Da das reine Fürsichsein die höchste Form der Qualität ist, ist das wahrhaft unendliche Quantum ein explizit *qualitatives* Quantum.

Selbstverständlich ist das Quantum von vornherein durch die besondere „Qualität“ der Quantität geprägt. Dann hat der Übergang der beiden Arten des Quantums ineinander den Begriff des qualitativen Etwas als Substrat des Quantums eingeführt und auch die quantitative Qualität der Veränderlichkeit hervortreten lassen (vgl. GW 21, 213; 217). Erst das wahrhaft unendliche Quantum jedoch weist ausdrücklich die Qualität als solche, in der Form des qualitativen Fürsichseins, auf; erst mit diesem Quantum also wird die Quantität selber explizit qualitativ.

Die Quantität ist durch das Prinzip der Äußerlichkeit und Sichäußerlichkeit beherrscht. Sie ist selbst eine äußerliche, gleichgültige Bestimmung an der Qualität; die Eins in einer Zahl sind äußerlich zusammengesetzt; das intensive Quantum wird von außen bestimmt; und das sich verändernde Quantum ist es selbst, nur insofern es ein anderes wird. Im wahrhaft unendlichen Quantum jedoch wird diese Äußerlichkeit aufgehoben (wenn nicht völlig beseitigt): „es ist nun gesetzt, als in seiner Aeusserlichkeit vielmehr es selbst zu sein, darin sich auf sich selbst zu beziehen, in einfacher Einheit mit sich, d.i. *qualitativ* bestimmt zu seyn“ (GW 21, 235). Wir sehen hier also zum ersten Mal, dass die Quantität nicht bloß der Qualität äußerlich ist, sondern selbst die Qualität aufweist, selbst qualitativ ist.

13. *Das quantitative Verhältnis*

Das Quantum, das wir jetzt vor Augen haben, ist unendlich, und seine Unendlichkeit besteht in der *Qualität* des Fürsichseins, nicht darin, ein winziges oder unermessliches Quantum zu sein. Als Quantum jedoch muss es auch bestimmt sein. Da es aber *als* bestimmtes die Qualität der Unendlichkeit aufweist, muss seine Bestimmtheit mit seiner Unendlichkeit, seinem qualitativen Fürsichsein zusammenfallen. Das unendliche Quantum ist daher *für sich bestimmt* (vgl. GW 21, 235). Was soll das bedeuten?

Das endliche Quantum, wie wir gesehen haben, ist durchaus veränderlich. Diese Veränderlichkeit wird durch den Übergang des extensiven und intensiven Quantums ineinander notwendig gemacht, aber sie ist auch durch die Natur der quantitativen Bestimmtheit zu erklären. Das Quantum als Zahl verdankt seine Bestimmtheit der Anzahl, die es enthält; die Eins, die diese Anzahl ausmachen, gehören jedoch nicht aus innerer Notwendigkeit zusammen, sondern machen die Anzahl nur aus, weil sie äußerlich zusammengesetzt worden sind. Sie können daher ebenso gut eine andere Anzahl ausmachen, wenn ihnen andere Eins hinzugefügt werden. Das Quantum wird

also durch die grundsätzliche „Äusserlichkeit“ seiner Anzahl der Veränderung ausgesetzt.
Nun verändert sich das Quantum, indem es ein *anderes* wird. Das unendliche Quantum wird aber nicht bloß ein anderes, sondern es bezieht sich in seiner „Äusserlichkeit“, d. h. in seiner Beziehung auf ein anderes Quantum, auf sich selbst und bleibt darum *für sich*. Die Bestimmtheit, die dem Quantum als unendlichem, fürsichseiendem zukommt, ist daher selbst nicht der Veränderung unterworfen. Das Fürsichbestimmtsein des unendlichen Quantums ist also keine bloß äußerliche, veränderliche quantitative Bestimmtheit, sondern sie verleiht dem Quantum ein stetiges qualitatives Sein (vgl. GW 21, 235).
Dabei dürfen wir aber nicht übersehen, dass das Quantum unendlich ist, weil es sich in einem *anderen* Quantum nur auf sich selbst bezieht. Seine Beziehung auf sich selbst muss daher auch eine Beziehung zwischen zwei verschiedenen Quanta sein. Diese müssen aber nicht bloß als andere gegen einander gedacht sein, sondern vielmehr als Momente innerhalb der Beziehung des Quantums auf sich selbst. „Das Quantum ist hiermit gesetzt als von sich repellirt, womit also zwey Quanta sind, die jedoch aufgehoben, nur als Momente *einer Einheit* sind“ (GW 21, 236). Das unendliche Quantum ist also nicht mehr nur das Eins, das sich außerhalb seiner kontinuiert, sondern es hat nun das Sichäußerlichsein innerhalb seines Fürsichseins als „das *eigene Moment*“ (GW 21, 236).
Insofern beide Quanta hier Momente einer Einheit sind, fallen sie nicht bloß außerhalb voneinander, sondern sie sind wesentlich auf einander bezogen; ja jedes „gilt“ nur *in* dieser Beziehung auf sein Anderes (GW 21, 236). Das Quantum ist daher unendlich für sich, nur insofern es zugleich in sich selbst ein Verhältnis zwischen zwei Quanta ist: Es hat eine stetige *qualitative* Bestimmtheit, insofern es ein *quantitatives Verhältnis* ist. Das unendliche Quantum bleibt bestimmtes Quantum, aber als unendlich hat es seine Bestimmtheit nicht mehr in einer bloßen Anzahl. Die stetige Bestimmtheit des unendlichen Quantums liegt jetzt in dem quantitativen Verhältnis, das es in sich enthält.
Zur Wiederholung: Die höchste Form der Qualität wird im Fürsichsein oder Eins erreicht. Der Grundcharakter der Quantität ist jedoch das Sichäußerlichsein des fürsichseienden Eins. Die Qualität wird dann durch die Quantität wiederhergestellt, insofern das sich äußerliche Quantum im unendlichen quantitativen Prozess sich auf sich bezieht und damit selbst rein fürsichseiende Einheit ist. Die Quantität als solche

verschwindet hierbei nicht, sondern die Qualität wird eben durch die Quantität, und zwar durch das Quantum, erzeugt. Das fürsichseiende, qualitativ bestimmte Quantum muss daher das Sichäußerlichsein des Quantums noch in sich beherbergen, ja es muss mit letzterem identisch sein. Die qualitative Einheit des unendlichen Quantums, wenn sie völlig explizit gemacht und für sich betrachtet wird, besteht also in der Beziehung zwischen zwei verschiedenen, einander äußerlichen Quanta, die aber nicht bloß einander äußerlich sind. Die bloße Äußerlichkeit der beiden Quanta gegen einander wird dadurch negiert, dass sie in einem unlösbaren *Verhältnis* zu einander stehen. Das explizit fürsichseiende, qualitativ bestimmte Quantum muss daher zugleich ein quantitatives Verhältnis sein und in diesem Verhältnis seine stetige Bestimmtheit haben. Die beiden Quanta stehen hier *im* Verhältnis, aber das unendliche Quantum, worin sie als Momente enthalten sind, ist selbst „*als Verhältniß gesetzt*“ (GW 21, 311). Wir werden jetzt sehen, was das konkret bedeutet.

13.1. Das direkte Verhältnis

Das quantitative Verhältnis in seiner Unmittelbarkeit ist das *direkte* Verhältnis (vgl. GW 21, 311–13). Dieses Verhältnis hat eine eigentümliche Bestimmtheit, die sich nicht verändert. Die beiden auf einander bezogenen Quanta bleiben daher stets in einem bestimmten Verhältnis zu einander. Da aber das direkte Verhältnis als Anfangsform des quantitativen Verhältnisses noch durch die Unmittelbarkeit geprägt ist, nimmt diese stetige Bestimmtheit selber die Form eines unmittelbaren Quantums an, das Hegel den *Exponenten* des Verhältnisses nennt (vgl. GW 21, 312; 318).[41] Im direkten Verhältnis zwischen zwei Quanta gibt es also ein drittes für sich bestimmtes Quantum, durch welches dieses Verhältnis bestimmt wird.[42] Dieser Exponent ist aber zweideutig, denn einerseits ist er als Quantum für sich von den beiden Quanta im Verhältnis zu unterscheiden, andererseits aber fällt er mit diesen beiden zusammen, da er nichts als die Bestimmtheit *ihres* Verhältnisses ist.

Der Exponent als Quantum hat, wie jedes unmittelbare Quantum (als Zahl), den Unterschied zwischen der Einheit und der Anzahl an ihm. Im bloß endlichen Quantum sind die Einheit und Anzahl nur dessen Momente ohne ein eigenständiges

---

[41] In der modernen Mathematik wird die Hochzahl einer Potenz − x^n − „Exponent“ genannt. Vgl. Burbidge (2006), S. 50.
[42] Siehe auch Pierini (2014), S. 119–20.

Sein (vgl. GW 21, 194). Das unendliche Quantum ist aber, wie wir gesehen haben, ein fürsichseiendes Quantum, das zugleich das Verhältnis zwischen zwei auseinander liegenden Quanta ist. Jedes der Momente des Exponenten erscheint also hier „als *ein eignes Quantum*" (GW 21, 312), und diese beiden zusammen machen das direkte Verhältnis aus. Der Exponent bestimmt daher ein Verhältnis, worin die beiden Seiten des Exponenten selbst ein selbständiges Dasein erhalten. Das eine Quantum in diesem Verhältnis ist somit als Einheit und die andere als Anzahl zu verstehen.[43]

Der Exponent hat aber auch „an ihm selbst" − gegenüber den beiden Quanta im Verhältnis − den Unterschied zwischen Einheit und Anzahl (GW 21, 312). Insofern er Quantum oder Zahl überhaupt ist, hat er seine Bestimmtheit in der Anzahl. Diese ist einerseits eine gleichgültige Bestimmtheit − sagen wir, *zwei* − und sie hätte daher genauso gut eine andere sein können. Andererseits aber verleiht sie beiden auf einander bezogenen Quanta ein stetiges Verhältnis. Wenn also das eine Quantum im Verhältnis als Einheit oder Eins genommen wird, so muss das andere Quantum *dieselbe* Anzahl haben als der Exponent hat. Der Exponent bestimmt jedoch nicht die absolute Größe der beiden Quanta; er bestimmt nur das Verhältnis zwischen den beiden, insofern das eine als Einheit und das andere als Anzahl genommen wird. Das eine Quantum, das als Einheit oder Eins gedacht wird, kann den Wert von 3, 4, 5 usw. haben; der Exponent 2 legt aber fest, dass es immer im Verhältnis 1 : 2 zum anderen Quantum (dem Anzahlsquantum) stehen muss, das demzufolge jeweils den Wert von 6, 8, 10 usw. haben muss.

Der Exponent ist aber nicht nur Anzahl, sondern auch Einheit. Als solche ist er zunächst „die einfache Bestimmtheit" des Verhältnisses oder „das Qualitative" in ihm (GW 21, 312). Das heißt wiederum, dass sich der Exponent, und daher die Bestimmtheit des Verhältnisses, *nie verändert*. Wie eben bemerkt, ist es also

> „völlig gleichgültig, wie das erste [Quantum im Verhältnis] bestimmt wird; es hat als für sich bestimmtes Quantum keine Bedeutung mehr, sondern kann eben so gut jedes andere seyn, ohne die Bestimmtheit des Verhältnisses zu ändern, die allein auf dem Exponenten beruht. Das eine, welches als Einheit genommen ist, bleibt, wie groß es werde, immer Einheit, und das andere, wie groß es ebenso dabey werde, muss *dieselbe* Anzahl jener Einheit bleiben" (GW 21, 312)

---

[43] Bonsiepen (1990, S. 107) behauptet, meiner Ansicht nach irrtümlicherweise, „daß es sich beim quantitativen Verhältnis um das Verhältnis zwischen extensiver und intensiver Größe handelt, die die beiden Momente der Zahl Einheit und Anzahl für sich darstellen".

Die beiden Quanta im Verhältnis sind also einerseits gleichgültige Quanta, die sich verändern können. Andererseits jedoch sind sie als Seiten *des Verhältnisses* nicht bloß gleichgültige Quanta, weil jedes einem der Momente des Exponenten entspricht. Das eine ist als Einheit oder Eins, das andere als Anzahl zu nehmen, und insofern sie solche Momente sind, ist ihr Verhältnis durch den Exponenten fest bestimmt. In dieser Hinsicht sind sie unauflösbar aneinander gebunden und nicht einfach gleichgültig gegen einander. Als Momente ihres Verhältnisses, d. h. „*nach ihrer Begriffsbestimmtheit*“, sind die beiden Quanta „somit *nicht vollständige* Quanta“, sondern Quanta, deren Selbständigkeit durch das Verhältnis und seinen Exponenten negiert wird (GW 21, 313). Sie haben keine Selbständigkeit, weil, wenn das eine einen gewissen Wert hat, das andere einen entsprechenden, durch den Exponenten bestimmten Wert haben muss.
Das vollständige Quantum im direkten Verhältnis soll der Exponent sein, weil er allein die beiden Seiten des Quantums an ihm selbst hat, denn er ist sowohl Anzahl als auch Einheit. Dem Exponenten fehlt aber die Vollständigkeit, weil er nicht die wahre Einheit dieser beiden Momente ist: in Wahrheit ist er *entweder* das eine *oder* das andere. Nehmen wir zwei Quanta, A und B, im Verhältnis zueinander; A hat den Wert von 5, und B den Wert von 10. Nehmen wir auch an, dass A in diesem Verhältnis die Einheit ist; wenn wir also B durch A teilen, „so ist der Quotient C die Anzahl solcher Einheiten“, nämlich 2 (GW 21, 313). Diese *Anzahl* ist also der Exponent des Verhältnisses, der bestimmt, dass A und B im Verhältnis 1 : 2 stehen müssen.
Hegel weist aber darauf hin, dass der Quotient oder Exponent auch als *Einheit* − jetzt im Sinne eines bestimmten Quantums, nicht nur des „Qualitativen“ im Verhältnis – genommen werden kann. So verstanden, setzt der Exponent fest, dass, welche Anzahl von Einheiten auch genommen wird, die Einheit den Wert von 2 haben soll. In diesem Fall wird die Anzahl durch A, nicht durch den Exponenten gegeben. Wenn also die Anzahl 5 ist, bestimmt der Exponent, dass B die *Einheit 2* fünf Mal enthalten muss. Der Exponent ist also nicht das vollständige Quantum, das es zu sein verspricht, denn es ist nicht die wahre *Einheit* von Anzahl und Einheit, sondern vielmehr die Abwechslung von der einen Bestimmung zur anderen. Ferner verleiht der Exponent dem Verhältnis noch keine wahrhaft qualitative Einheit, weil sein Fürsichbestimmtsein letzten Endes nur in einem gewissen fixen Quantum oder einer fixen Anzahl besteht. Der Exponent des direkten Verhältnisses ist wohl unveränderlich; da er aber seine Funktion im Verhältnis abwechseln und entweder die

Anzahl oder die Einheit darin bestimmen kann, bleibt nur sein bestimmtes Quantum − 2 oder 3 oder 4 − konstant. Die Qualität des Exponenten im direkten Verhältnis „war somit nur diß, daß diß Quantum als festes genommen oder vielmehr das Feste nur den Sinn des Quantums hat“ (GW 21, 314).

13.2. Das umgekehrte Verhältnis

Im direkten Verhältnis ist der Exponent noch nicht etwas wahrhaft Qualitatives, weil er nur ein unveränderliches Quantum, d. h. eine unveränderliche Anzahl ist (vgl. GW 21, 319). Als solcher ist der Exponent immer nur mit einer Seite des Verhältnisses identisch. Wenn zwei Quanta A und B im Verhältnis 1 : 2 zu einander stehen, gibt der Exponent 2 die *Anzahl* der Einheiten an, die in B unverändert bleiben muss; der numerische Wert der Einheit A kann so groß sein, wie er will, aber B muss immer 2 mal A sein. Doch gibt der Exponent ebenso wohl den Wert der *Einheit* an, deren Anzahl in B durch A bestimmt wird; die Anzahl von A kann so groß sein, wie sie will, aber B muss immer A mal 2 sein.

In seinem Begriff aber ist der Exponent die Einheit beider Seiten des Verhältnisses, da er das ganze Verhältnis bestimmt. Das direkte Verhältnis weist also logisch über sich hinaus auf das umgekehrte Verhältnis, worin der Exponent ausdrücklich die Einheit beider Seiten ist. Diese Einheit, die den neuen Exponenten ausmacht, ist nicht bloss eine Anzahl, sondern das *Produkt* der Einheit und Anzahl im Verhältnis (vgl. GW 21, 314–15).

Der Exponent des umgekehrten Verhältnisses ist noch ein unmittelbares und auch noch ein festes, unveränderliches, für sich bestimmtes Quantum. Da er aber nicht mehr mit nur einer Seite des Verhältnisses identisch ist, bestimmt dieses Quantum keine fixe *Anzahl* der Einheiten oder Eins, die im Verhältnis unverändert bleiben muss. Das Verhältnis zweier Quanta, das im Vorhergehenden unveränderlich war, ist daher jetzt in einer Hinsicht veränderlich: „wenn zum Eins der einen Seite ein anderes Quantum genommen wird, so bleibt nun die andere nicht mehr *dieselbe Anzahl* von Einheiten der ersten“ (GW 21, 314). Wenn A verändert wird, wird B auch eine ganz andere Anzahl von A, und das direkte Verhältnis zwischen den beiden ändert sich. Dennoch bleibt das Verhältnis zwischen A und B ein festes, für sich bestimmtes, weil das Produkt von A und B, von Einheit und Anzahl, das den Exponenten ausmacht, immer dasselbe bleiben muss. Wenn A grösser wird, muss also B um so viel kleiner werden, damit das Produkt von beiden unverändert bleibt. A und B stehen also nicht im direkten, sondern im *umgekehrten* Verhältnis zueinander. Geschwindigkeit und Zeit, z. B. stehen in einem solchen umgekehrten Verhältnis zueinander, insofern das Produkt beider eine gewisse Entfernung ist. Fährt man eine Stunde mit einer Geschwindigkeit von 100 Kilometer pro Stunde, dann legt man in dieser Zeit 100 Kilometer zurück. Fährt man aber zweimal so lang, so braucht man nur mit der Hälfte der Geschwindigkeit zu fahren, um dieselbe Entfernung zurückzulegen.

Insofern der Exponent bei der Veränderung beider Größen im umgekehrten Verhältnis derselbe bleiben muss, setzt er dieser Veränderung eine definitive Grenze, und er bestimmt dadurch das Verhältnis. Zugleich unterscheidet er sich dabei von den Quanta im Verhältnis, weil er im Gegensatz zum Exponenten des direkten Verhältnisses mit keinem der beiden Quanta identisch ist. Indem der Exponent auf diese Weise eine *fürsichseiende* Bestimmtheit gegenüber den sich verändernden Quanta erhält, tritt er als „das *Qualitative* für sich im Unterschied gegen das Quantitative hervor“ (GW 21, 314, meine Hervorhebung).

Der Exponent des umgekehrten Verhältnisses macht dieses Moment des explizit Qualitativen dadurch aus, dass er das Produkt, nicht bloß die *Summe,* der beiden Quanta im Verhältnis ist. Als Summe hätte er keine qualitative Identität für sich gegenüber den beiden Quanta, da er unmittelbar aus den beiden bestehen würde. Dennoch muss zugegeben werden, dass zwei Quanta in einer Art umgekehrten Verhältnis stehen würden, auch wenn der Exponent nur dieselbe Summe der beiden Quanta bliebe; das eine wäre z. B. 1, 2, 3, 4, das andere entsprechend, 9, 8, 7, 6, und die Summe bliebe immer 10. Warum also darf das umgekehrte Verhältnis nicht bloß diese Form annehmen? Weil sein Exponent in diesem Fall seinen Begriff nicht realisieren würde.

Der Exponent des quantitativen Verhältnisses, seinem Begriff nach, ist die Einheit der beiden Momente des Quantums, der Einheit und der Anzahl. Als die Summe zweier Quanta jedoch wäre er bloß die Einheit zweier *Anzahlen* (z. B. 1 + 9, 2 + 8, usw.). Der Exponent des Verhältnisses ist nur dann die wahre Einheit dieser beiden Bestimmungen, wenn er „eine Anzahl von Einheiten [ist], die selbst eine Anzahl sind“ (GW 21, 201). Das geschieht aber nur, wenn das eine Quantum im Verhältnis als Einheit mit ihrer eigenen Anzahl und das andere Quantum als Anzahl genommen wird, und das erste dann durch das zweite multipliziert wird, um das Produkt der beiden Quanta zu erzeugen. Der Exponent des umgekehrten Verhältnisses ist also nur dann die wahre „Einheit der Einheit und der Anzahl“ (GW 21, 314), wenn er das Produkt, nicht bloß die Summe, der im Verhältnis stehenden Quanta ist.

Dies gilt es im Sinne zu behalten, wenn man Folgendes bei Hegel liest. Bei der Veränderung zweier Quanta im umgekehrten Verhältnis, schreibt er, kontinuiert sich jede Grösse „*negativ* in die andere“: „soviel sie an Anzahl ist, hebt sie an der andern als Anzahl auf“. Das heißt aber *nicht*, dass das eine um so viel kleiner wird, als das andere grösser wird, weil der Exponent in dem Fall nur die Summe der beiden Quanta wäre. Es heißt vielmehr, wie Hegel es genau formuliert, dass das eine „um *so vielmal* kleiner wird, als das andere größer wird“, weil das Produkt, nicht die Summe, der beiden dasselbe bleiben muss (GW 21, 315, meine Hervorhebung).[44]

Zur Wiederholung: Der Exponent des umgekehrten Verhältnisses ist ein Quantum, das dem Verhältnis eine eigentümliche Bestimmtheit verleiht, die trotz der Veränderung der darin auf einander bezogenen Quanta unverändert bleibt. Er macht daher die Grenze aus, die durch die beiden Quanta in ihrer Veränderung nicht überschritten werden darf; die beiden Quanta können sich verändern, wie sie wollen, aber ihr Produkt − der Exponent − muss immer dasselbe bleiben. Als fixes Quantum aber ist dieser Exponent auch explizit *qualitativer* Natur, weil er mit keinem der beiden *Quanta* in dem Verhältnis, und auch nicht mit ihrer bloßen Summe, identisch ist. Der Exponent ist also „das Quantum gesetzt, als qualitativ das Quantum […] bestimmend, als Grenze seiner an ihm sich darstellend“ (GW 21, 315).

Die beiden Quanta im Verhältnis begrenzen einander auch, insofern „das eine das Negative des andern“ ist (GW 21, 315). Keines hat eine selbständige Identität, denn beide zusammen müssen den Exponenten ergeben. Jedes ist also nur, was dem anderen fehlt, um den Exponenten zu erzeugen; d. h. jedes ist nur das, was das andere *nicht* ist. Anders gesagt, ist jedes durch das andere begrenzt und dabei auch die Grenze des anderen.

Aus eben diesem Grunde jedoch enthält auch jedes implizit das andere, denn keines von beiden ist durch sich selbst allein bestimmt; es ist durch sich selbst *und* durch das andere bestimmt, denn „für den Werth jeder [Grösse] ist die Grösse der andern unentbehrlich und damit untrennbar von ihr“ (GW 21, 315). Jedes Quantum ist daher

[44] In der ersten Ausgabe der WdL hat Hegel die logische Struktur des umgekehrten Verhältnisses zum Teil missverstanden, indem er dessen Exponenten als die „Summe der beyden Seiten“, statt deren Produkt, begriffen hat (GW 11, 184). Dieses Missverständnis wurde dann in der zweiten Ausgabe korrigiert; siehe Houlgate (2014a), S. 27–8. Für eine ausführliche und einleuchtende Analyse des Quantitätsabschnittes in der ersten Ausgabe, siehe Biard *et al* (1981).

an sich die Einheit von beiden Quanta, d. h. das Produkt (nicht bloß die Summe) beider: in Hegels Worten, „diese Einheit, das Ganze, macht das *Ansichseyn* einer jeden [Grösse] aus“ (GW 21, 315).

Jede der beiden Größen ist an sich das Produkt, das Ganze, insofern ihr numerischer Wert von demjenigen der anderen untrennbar ist; zugleich aber ist jede die Negation oder Grenze der anderen. Demnach ist jede die „*vorhandene* Grösse“, die sie ist, nur insofern sie der anderen etwas „von ihrem gemeinsamen Ansichseyn, dem Ganzen, entzieht“ und sie auf diese Weise negiert (GW 21, 315). Die eine Größe A reduziert also die andere B auf ihr gemeinsames „Ansichseyn“ − das Produkt beider − *geteilt durch A*. Die Größe A kann aber B nur so viel entziehen, als A noch erlaubt, „dem Ansichseyn gleich“ zu werden, wenn A mit B multipliziert wird; wenn A zweimal grösser wird, wird B daher auch zweimal, nicht drei- oder viermal, kleiner. Die Größe A hat also „an dem Exponent ihr Maximum“; indem sie wächst, wird ihre Reduktion von B durch den Exponenten, der das stetige Produkt beider Größen ist, begrenzt, und dieser Exponent ist dadurch „die Grenze ihrer gegenseitigen Begrenzung“ (GW 21, 315–16).

Die Behauptung, dass eine Größe im umgekehrten Verhältnis ein „Maximum“ am Exponenten hat, besagt übrigens nicht, dass sie den numerischen Wert des Exponenten nicht erlangen darf. Das wäre nur der Fall, wenn der Exponent die Summe der beiden Größen wäre; denn eine Größe, die eine Summe mit einer anderen bildet, kann sich nicht selbst dieser Summe gleichmachen, es sei denn, die andere würde auf Null reduziert werden, wobei es dann keine *Summe* zweier Größen mehr geben würde. Der Exponent des umgekehrten Verhältnisses ist aber das Produkt, nicht die Summe, zweier Größen, und in diesem Fall kann die eine wohl den Wert des Produktes selbst haben, nämlich wenn die andere den Wert von 1 hat. Der Exponent stellt daher für beide Quanta im Verhältnis ein Maximum dar, nicht weil er für sie eine unerreichbare Zahl ist, sondern weil er „ihrer gegenseitigen Begrenzung“ eine feste Grenze setzt.[45]

In einem anderen Sinne aber trifft es zu, dass sich keines der beiden Quanta ihrem gemeinsamen „Ansichseyn“, ihrem Exponenten, gleichmachen kann. Dieser Exponent ist das Produkt beider Quanta im Verhältnis, und jedes Quantum ist daher selbst nur

---

[45] John Burbidge scheint diesen Unterschied nicht zu bemerken, wenn er schreibt: “As one of the components is reduced towards zero, the other approximates ever more closely the *amount* of the fixed constant. Yet it can never reach that goal”. Siehe Burbidge (2006), S. 50, meine Hervorhebung.

ein Faktor dieses Produkts oder ein „Verhältnißmoment“ (GW 21, 316). Als solches Moment aber ist jedes Quantum, vom logischen Standpunkt, *an sich* das Produkt beider oder das „Ganze“, denn es verdankt seine Identität sowohl dem anderen, als auch sich selbst (vgl. GW 21, 315). Es kann jedoch nie den logischen Status des „Ganzen“, des Produkts, und somit des Exponenten des Verhältnisses, für sich allein in Anspruch nehmen, weil es dabei das andere auf Null reduzieren, d. h. es als Verhältnismoment eliminieren, müsste. Wenn es aber das tun würde, würde es selbst als Verhältnismoment verschwinden und dabei das Verhältnis als solches zugrunde richten (vgl. GW 21, 316). Nun ist es wohl möglich, dass ein gewisses umgekehrtes Verhältnis zu existieren aufhört. *Als Moment* eines solchen Verhältnisses aber kann ein Quantum nie explizit das „Ganze“, das Produkt seiner und seines anderen, werden. Es kann wachsen, so viel es will, und sogar den numerischen Wert des Exponenten übertreffen, wenn sein Gegenpart eine Bruchzahl ist; aber das Ganze, das Produkt, der Exponent, als *logische* Struktur bleibt für es unerreichbar.
In diesem logischen Sinn also ist der Exponent die Grenze der Seiten des Verhältnisses und „ihres gegenseitigen Begrenzens“, die zugleich ihr „*Jenseits*“ ist, „dem sie sich *unendlich* nähern“, indem die eine die andere immer mehr gegen Null reduziert, „aber das sie nicht erreichen können“ (GW 21, 316). Indem ein Quantum im umgekehrten Verhältnis immer grösser wird, ist es daher als „unendliche[r] Progress“ zu verstehen, denn es nähert sich dem Ganzen, dem es *an sich* gleich ist, aber es hört nie auf, Verhältnismoment zu sein. Überdies ist der Exponent selbst „die schlechte Unendlichkeit“, insofern er als die logische Einheit, die jedes Quantum *an sich* ist, jenseits der im Verhältnis stehenden Quanta liegt (GW 21, 316). Der Exponent ist unendliches, für sich bestimmtes Quantum, das dem Verhältnis eine gewisse Bestimmtheit verleiht und eine Grenze setzt. Indem er aber jenseits der beiden im Verhältnis stehenden Quanta liegt, die ihm logisch (wenn nicht numerisch) nie gleichwerden können, ist er als affirmativ daseiende *schlechte* Unendlichkeit zu verstehen. Zugleich jedoch erweist sich, wie wir jetzt sehen werden, der Exponent als *wahre* Unendlichkeit.

13.3. Der Übergang vom umgekehrten zum Potenzenverhältnis

Zunächst ist das umgekehrte Verhältnis so verstanden worden: Ein unmittelbares Quantum wird um sovielmal kleiner als ein anderes grösser wird, aber das Produkt der beiden Quanta − der Exponent − bleibt immer dasselbe; dieser Exponent ist also ein drittes für sich bestimmtes Quantum, das das Verhältnis zwischen den ersten beiden bestimmt und begrenzt; als für sich bestimmtes Quantum gegenüber den beiden im Verhältnis stehenden Quanta ist aber der Exponent auch *qualitativer* Natur (vgl. GW 21, 314).

Der Exponent steht aber nicht nur gegenüber den im Verhältnis stehenden Quanta, denn er ist selbst das Produkt dieser Quanta. *An sich* also, wenn nicht ausdrücklich, schließt er diese Quanta unmittelbar in sich; und das heißt wiederum, dass er sich „in ihnen *an sich* sich auf sich bezieht“ (GW 21, 317). Das Produkt in Beziehung auf seine Faktoren ist an sich in Beziehung auf sich selbst.

In diesen beiden Hinsichten jedoch bleibt der Exponent im Grunde ein für sich bestimmtes Quantum unterschieden von den im Verhältnis stehenden Quanta. Hegel weist aber jetzt darauf hin, dass der Exponent des umgekehrten Verhältnis auch auf andere Weise begriffen werden muss, denn er ist „als Vermittlung seiner in seinem Andern, den Endlichen des Verhältnißes, mit sich selbst“, oder als „in dem *aussersichseyenden Andersseyn* sich *mit sich* zusammenschließend“ zu verstehen (GW 21, 317). So verstanden ist der Exponent ein für sich bestimmtes Quantum nur *vermittels* der im Verhältnis stehenden Quanta.

Die Quanta im umgekehrten Verhältnis sind die Momente oder Faktoren des Exponenten und somit der Exponent selbst als „*aussersichseyendes Andersseyn*“. Daher sind sie *an sich* dieselbe Einheit, dasselbe „Ganze“, als der Exponent. Im Gegensatz zum Exponenten jedoch sind die Quanta wesentlich veränderlich. Sie sind an keinen bestimmten numerischen Wert gebunden und haben daher keine „feste Unmittelbarkeit“; ja, ihre schlecht-unendliche Veränderlichkeit ist die ausdrückliche „Negation jedes besonderen Werthes“ (GW 21, 317). Dabei wird aber das „*aussersichseyende Andersseyn*“ des Exponenten selbst negiert: seine eigenen Faktoren zeigen sich, an keine bestimmten Werte gebunden zu sein. Der Exponent erhält sich jedoch in der Veränderung und Negation seiner Faktoren, der Quanta im Verhältnis, und bleibt immer derselbe Exponent. Er ist also „damit gesetzt, als das in der Negation ihres gleichgültigen Bestehens sich erhaltende, mit sich zusammengehende“ (GW 21, 318).

Doch nicht nur erhält sich der Exponent in der Veränderung und Negation seiner eigenen Faktoren, sondern er bewährt sich als rein fürsichseiendes Bestimmtsein, *nur insofern* seine eigenen Faktoren negiert werden. Denn nur dadurch, dass er sich in der unendlichen Veränderung seiner Faktoren erhält, beweist er, dass *er* an keine unmittelbar gegebenen Faktoren gebunden ist. Nur vermittels der Negation seiner Faktoren also befreit sich der Exponent von jeglichen ihn ausmachenden Quanta und beweist er seine Unabhängigkeit und sein qualitatives Fürsichsein. Darin auch beweist er, dass er allein die Grenze des umgekehrten Verhältnisses ist. Die im Verhältnis stehenden Quanta können sich unendlich verändern, ohne das Verhältnis zu ändern; ihre bestimmten numerischen Werte stellen also keine „immanente Grenze“ des Verhältnisses dar (GW 21, 317). Die Grenze der möglichen Veränderung wird allein durch den Exponenten gesetzt, aber dies wird erst im Gedanken explizit, dass jeder besondere numerische Wert der Quanta negiert werden kann, ohne das Verhältnis als solches zu ändern.

Die Quanta im Verhältnis gehen also über sich hinaus, nicht bloß weil sie veränderliche Quanta überhaupt sind, sondern weil ihr Hinausgehen über sich vom Exponenten selbst erfordert wird. Denn erst durch dieses Hinausgehen über sich beweist der Exponent, dass er an keine gegebenen Quanta (als seine Faktoren) gebunden ist. Dadurch beweist auch der Exponent, dass er allein die bestimmende Grenze des Verhältnisses ist. Die möglichen Gestaltungen des Verhältnisses sind nur durch ihn und nicht durch die Werte der beiden Quanta begrenzt.

Insofern die Veränderung der Faktoren vom Exponenten erfordert wird, damit er sich als eine unabhängige qualitative fürsichseiende Grenze bewähren kann, ist der Exponent selbst „das Bestimmende solchen Hinausgehens über sich“ (GW 21, 318). Der Exponent schickt also seine eigenen Faktoren über sich hinaus, und in diesem Sinne schickt er *sich selbst* − an sich mindestens − über sich hinaus. Dabei bleibt er ein bestimmtes Quantum, das Produkt seiner Faktoren ist. Er weist jedoch auch die logische Struktur der wahren quantitativen Unendlichkeit, des wahren quantitativen Fürsichseins, auf; denn er bezieht sich auf sich selbst und ist so rein für sich, indem er sich selbst in der Form seiner Faktoren über sich hinausschickt.

Allerdings bleiben im umgekehrten Verhältnis die Beziehung des Exponenten auf sich und die Veränderung der Faktoren voneinander unterschieden, insofern der Exponent und seine Faktoren verschiedene Quanta sind. Doch an sich sind diese Beziehung und Veränderung mit einander identisch, weil der Exponent mit seinen Faktoren an sich identisch ist. Wenn diese Identität explizit gemacht wird und ein „unendliches“ Quantum sich auf sich selbst bezieht, indem es ausdrücklich *sich selbst* verändert, ergibt sich ein neues Verhältnis: das *Potenzenverhältnis*.

13. 4 Das Potenzenverhältnis

Das Quantum im Potenzenverhältnis geht über sich hinaus und wird dadurch ein anderes Quantum; aber es bleibt dabei auf sich selbst bezogen und so für sich, weil das Andere nur es selbst in einer höheren Potenz ist. Insofern bleibt das Quantum, jenseits von sich in seinem Anderen, „identisch mit sich" (GW 21, 318). In welchem Sinne aber schickt es *sich selbst* über sich hinaus? Um dies zu verstehen, müssen wir das Potenzenverhältnis mit den beiden vorangehenden Verhältnissen vergleichen.
Der Exponent des quantitativen Verhältnisses ist „das vollständige Quantum" im Gegensatz zu den Quanta, die nur die Momente des Verhältnisses sind (GW 21, 313). Als solches ist er die durchgängige Einheit der zwei Momente der Zahl, nämlich der Einheit und der Anzahl. Der Exponent des direkten Verhältnisses ist jedoch diese Einheit auf unvollkommene Weise, da er abwechselnd als Einheit oder Anzahl verstanden werden kann. Wenn zwei Quanta A und B im Verhältnis 1 : 2 zueinander stehen, gibt der Exponent 2 entweder die fixe Anzahl der Einheiten an, die in B sein müssen (egal wie groß die Einheit A ist), oder den fixen Wert der Einheit, deren Anzahl in B durch A bestimmt wird (wie groß auch A sein mag). In beiden Fällen wohlgemerkt ist der Exponent die gegebene *Anzahl* 2.
Eine tiefere Einheit der Einheit und Anzahl findet sich im Exponenten des umgekehrten Verhältnisses. In diesem Fall ist der Exponent nicht mehr eine einfach gegebene Anzahl, sondern das Produkt von zwei im Verhältnis stehenden Zahlen, wovon die eine als die Einheit und die andere als die Anzahl dieser Einheiten zu verstehen ist. Die Werte der beiden Zahlen können verschieden sein und sich beliebig verändern, aber das Quantum des Exponenten bleibt unverändert, weil das Produkt der Zahlen immer dasselbe ist.
Im Potenzenverhältnis begegnen wir einer noch tieferen, ja der wahren, Einheit der Einheit und Anzahl. Das Quantum, das „in die Potenz" erhoben wird, ist weder bloß eine gegebene Anzahl, noch das Produkt einer Einheit und Anzahl, die verschiedene Anzahlen sind. Es ist das Produkt einer Einheit und Anzahl, die *dieselbe* Anzahl sind, weil die Einheit selbst die Anzahl bestimmt. Im Potenzenverhältnis haben wir ein Quantum, das Zahl und so eine Einheit mit ihrer eigenen Anzahl ist. Diese Anzahl in der Einheit liefert dann selbst die Anzahl oder Menge, die zusammen mit der Einheit das Produkt ergibt. Das Produkt also ist „eine Menge" − oder Anzahl − „von

Einheiten, deren jede diese Menge selbst ist“ (GW 21, 318). Mit anderen Worten wird die Anzahl in der Einheit *mit sich selbst* multipliziert. Das sich ergebende Produkt wird von Hegel „Potenz“ genannt, und die Anzahl in der Einheit wird durch die Multiplikation mit sich selbst „in die Potenz“ erhoben (GW 21, 318). Das Potenzenverhältnis ist also ein Verhältnis zwischen einem Quantum mit seiner bestimmten Anzahl und einem anderen Quantum, das in der Tat nur das *erste*, aber in die Potenz erhoben, ist.

In diesem Sinne ist es, dass das Quantum in dem Potenzenverhältnis über sich selbst hinausgeht. Dieses Quantum verändert sich und wird so ein anderes Quantum; aber dieses sein Anderssein wird durch es selbst allein bestimmt. Insofern bleibt das Quantum in dem Anderen, welches es geworden ist, „identisch mit sich“; oder, wie Hegel es auch ausdrückt, „das Quantum ist so in der Potenz als in sich selbst zurückgekehrt gesetzt“ (GW 21, 318). Wichtig ist hier zu merken, dass das Quantum nicht einfach es selbst bleibt: es wird ein anderes Quantum und steht im Verhältnis zu ihm. Dieses andere ist aber sein eignes Produkt, das Produkt seiner als Einheit und als der Anzahl, die in dieser Einheit selbst enthalten ist. Das Quantum bezieht sich also auf sich selbst, geht mit sich selbst zusammen, und wird in diesem Sinne ein rein *fürsichseiendes*, unendliches Quantum, nur insofern es über sich hinausgeht.

Der Exponent eines quantitativen Verhältnisses setzt der Veränderung der im Verhältnis stehenden Quanta eine feste *Grenze*. Im direkten und umgekehrten Verhältnis besteht diese Grenze in einem bestimmten Quantum: entweder müssen die sich verändernden Quanta im direkten Verhältnis, z. B. 1: 2, stehen, oder ihr Produkt muss eine feste Zahl sein. Im Potenzenverhältnis hingegen wird die Grenze nicht durch ein bestimmtes Quantum oder eine gewisse Anzahl gesetzt. Die Veränderung des Quantums wird nur durch die Tatsache, dass das Quantum durch sich selbst multipliziert werden muss, in Grenzen gehalten. Der Exponent im Potenzenverhältnis ist daher „nicht mehr ein unmittelbares Quantum“, sondern „die *einfache* Bestimmtheit, daß die Anzahl die Einheit selbst, das Quantum in seinem Andersseyn mit sich selbst *identisch* ist“ (GW 21, 318). Der numerische Wert dieses Quantums ist also völlig gleichgültig; der Exponent des Potenzenverhältnisses ist nur die Tatsache, dass ein Quantum im Verhältnis zu sich selbst steht, egal welches Quantum es ist. Mit anderen Worten, ist der Exponent oder die bestimmende Grenze jetzt nicht mehr quantitativer, sondern „ganz *qualitativer* Natur“ (GW 21, 318). Im Potenzenverhältnis also hat das Quantum einen Punkt erreicht, wo es wahrhaft qualitatives Sein ausmacht. Das Quantum macht die Qualität dadurch aus, dass es in seiner Veränderung in ein anderes Quantum in Beziehung rein auf sich selbst und damit unendlich und „fürsichseiend“ ist.

Das Quantum bleibt aber im Potenzenverhältnis immer noch *quantitativer* Natur, nicht nur weil es ein Quantum ist, sondern auch weil es ein anderes Quantum wird und dabei „als in sein Andersseyn continuirt gesetzt ist“ (GW 21, 319). Das Quantum, das in die Potenz erhoben wird, ist daher sowohl qualitativer als auch quantitativer Natur. Es ist qualitativ, weil es sich in seinem Anderen nur auf sich selbst, auf sein eigenes Produkt, bezieht; aber eben darin steht es in einem quantitativen Verhältnis zu sich in der Form eines anderen.

Das Potenzenverhältnis ist nach Hegel kein zufälliges Verhältnis zwischen Quanta, sondern es wird durch den Begriff des Quantums, und der Quantität überhaupt, notwendig gemacht. In diesem Verhältnis wird ja der Begriff des Quantums „auf vollständige Weise realisirt“ (GW 21, 319). Seinem Begriff nach ist das Quantum “die *gleichgültige*, als *aufgehoben gesetzte* Bestimmtheit, das heißt, die Bestimmtheit als Grenze, welche ebensosehr keine ist“. Das Quantum ist gleichgültig zunächst, weil es eine Bestimmtheit ist, die nicht zum Dasein selbst von Etwas gehört: etwas Rotes muss zwar eine gewisse Größe haben, aber es ist ihm gleichgültig wie groß es ist oder wie intensiv seine Farbe ist (vgl. GW 21, 174). Die quantitative Bestimmtheit von etwas ist also eine Grenze, die „keine ist“, weil sie, im Gegensatz zur qualitativen Grenze, nicht etwas zu dem macht, was es ist (es sei denn, es ist das Maß des Dinges). Sie ist aber auch in einem anderen Sinne eine Grenze, die „keine ist“: denn sie ist selbst nicht bloß die Bestimmtheit, die sie ist, insofern sie sich in ihr „Andersseyn“ kontinuiert. Die Quantität als solche ist das Sichkontinuieren des Diskreten jenseits seiner; und das bestimmte Quantum kontinuiert sich auch in sein Anderssein, indem es durch sich selbst ein anderes Quantum wird und somit eine unendliche Reihe von Quanta erzeugt (vgl. GW 21, 177; 190; 217–18).

Im Potenzenverhältnis wird nun dieser Begriff des Quantums vollkommen realisiert, indem das Quantum ausdrücklich als *sich* in sein *Anderes* kontinuierendes Quantum gesetzt wird. Das Quantum, das sich in die Potenz erhebt, wird ein anderes; aber es kontinuiert sich darin, nicht bloß weil *es* sich verändert (wie jedes endliche Quantum), sondern weil das andere, das es wird, sein eignes Produkt ist. Das Quantum im Potenzenverhältnis ist also die *Wahrheit* des Quantums, das vollkommen realisierte

Quantum, weil sein „Hinausgehen über sich in ein anders Quantum [...] durch es selbst bestimmt“ wird (GW 21, 319).[46]

14. *Quantität und Qualität*

In seiner vollkommen realisierten Form als Verhältnis zu sich selbst macht das Quantum qualitatives Sein aus. Die Qualität aber macht selber zuerst die Quantität notwendig, indem sie eine Form annimmt, worin das fürsichseiende Eins außer sich kommt und sich in dieses Außersichsein kontinuiert.
Das qualitative Sein in seiner endlichen Form hat seine Identität durch die Grenze, die es von anderem endlichen Sein unterscheidet. Die Qualität nimmt aber auch eine unendliche Form an, die im Einssein realisiert ist. Das Eins ist nicht bloß bestimmtes, gegen anderes abgegrenztes Sein, weil es in sich zurückgebogen und somit fürsichseiendes Sein ist. Dennoch bleibt es in sich selbst bestimmt und begrenzt, weil es eben durch sein reines Fürsichsein andere Eins ausschließt. Das Einssein bleibt also eine Form der Qualität. Indem sich aber das Eins in andere Eins außerhalb seiner kontinuiert, verwandelt sich das Einssein in eine andere, von der Qualität verschiedene Form des Seins, nämlich, die Quantität.
Die Quantität wird daher durch das Einssein (und auch die Repulsion und die Attraktion) notwendig gemacht, und die logische Entwicklung der Quantität wird durch den Begriff des Eins, und zwar des *außersichseienden* Eins, vorangetrieben. Das Eins nimmt die Form der diskreten Größe und dann des explizit bestimmten Eins oder des Quantums an. Als Quantum geht das Eins auch über sich hinaus und verändert sich in andere Quanta. Die Äußerlichkeit und Sichäußerlichkeit des Eins bleiben daher während der logischen Entwicklung der Quantität die vorherrschenden Bestimmungen.
Zugleich aber bleibt das Eins − das Quantum − ein *Fürsichseiendes*. Einerseits wird die Sichäußerlichkeit des Quantums und der Quantität überhaupt im Fürsichsein selbst begründet, weil etwas nur außerhalb eines anderen fallen kann, wenn es dem Anderen sozusagen den Rücken gekehrt hat, in sich zurückgebogen ist, und in diesem Fürsichsein dem anderen völlig gleichgültig ist. Andererseits aber erlangt das

[46] Das Quantum wird qualitativ und wahrhaft unendlich durch sein Erheben in die zweite Potenz oder „ins *Quadrat*“. Vom logischen Standpunkt daher macht das Erheben einer Zahl in noch höhere Potenzen „keinen Unterschied“ (GW 21, 201; 279). Siehe auch Wolff (1986), S. 219.

sichäußerliche Quantum ein neues Fürsichsein, indem es sich in sein Anderes kontinuiert. In dieser Hinsicht wird die Sichäußerlichkeit des Eins durch das Fürsichsein nicht begründet, sondern zum Teil aufgehoben, weil sich das Eins in dem anderen, das es wird, auf *sich selbst* bezieht.

Dieses die Sichäußerlichkeit des Eins aufhebende und negierende Fürsichsein weist das Quantum am vollständigsten im quantitativen Verhältnis, und zwar im Potenzenverhältnis, auf. Im letzteren bleibt das Quantum im Verhältnis zu einem anderen außer ihm liegenden Quantum, aber es kontinuiert sich darin, eben weil es durch sich selbst dieses andere Quantum produziert hat. An diesem Punkte also wird durch das Quantum das qualitative Fürsichsein, das das Eins zuerst gekennzeichnet hat, wieder hergestellt, insofern sich das Quantum im anderen rein auf sich selbst bezieht. Jedoch weist das Quantum dieses *qualitative* Fürsichsein nur dadurch auf, dass es ein anderes Quantum wird und so außer sich kommt, d. h. nur dadurch, dass es *quantitatives* Außersichsein bleibt. Ja, beides sind hier identisch: die „Aeusserlichkeit ist so nun seinem Begriffe gemäß als sein eigenes Bestimmen, *als* seine Beziehung auf sich selbst, seine *Qualität* gesetzt“ (GW 21, 320).[47] Die Äußerlichkeit ist also nicht nur die Qualität, die die Quantität von der Qualität als solcher unterscheidet, sondern sie stellt im Potenzenverhältnis die Qualität als solche her. Sie ist demzufolge nicht mehr das allein herrschende Prinzip des Quantums, sondern sie bildet jetzt eine Einheit mit dem Fürsichsein und der Qualität.

Die logische Entwicklung der Quantität ist also die logische Geschichte des Eins, das als qualitativ die Quantität zuerst gebiert und dann als quantitativ − als „unendliches“ Quantum − die Qualität wieder herstellt.[48] Die Einheit der Quantität und Qualität, die sich dabei ergibt, eliminiert aber nicht den wesentlichen Unterschied zwischen den beiden. Es bleibt der Fall, dass quantitative Bestimmungen dem qualitativen Dasein gleichgültig sind: etwas kann grösser oder kleiner werden, ohne etwas anderes zu werden. Es ist aber jetzt klar geworden, dass dies nur ein Teil der Wahrheit ist, denn die Quantität realisiert ihren Begriff vollständig, erst wenn sie die Qualität ausmacht. Impliziert in diesem Gedanken ist aber ein anderer: nämlich, dass das Quantum die qualitative Grenze eines endlichen Etwas festlegen muss. Die Qualität besteht ja nicht nur im reinen Fürsichsein, sondern auch in der begrenzten Endlichkeit; sie existiert

---

[47] Siehe Pierini (2014), S. 120.

[48] Im Bereich der Quantität wird die Qualität als solche schon durch den Übergang der extensiven und intensiven Quanta in einander wieder eingeführt, aber nur als „Substrat“ des Quantums (GW 21, 213). Erst mit dem wahrhaft unendlichen Quantum jedoch wird die Quantität selbst explizit qualitativ.

zunächst (von der logischen Perspektive) in der Form des endlichen Etwas, dessen Grenze nicht überschritten werden kann, ohne die Identität des Etwas zu zerstören. Das Quantum erfüllt daher seinen Begriff und wird ein wahrhaft unendliches Quantum, das die Qualität ausmacht, nicht nur wenn es sich in die Potenz erhebt, sondern auch wenn es einem Etwas eine qualitative Grenze setzt. So verstanden ist das Quantum *das Maß*. Etwas hat sein Maß in einem Quantum, das ihm angemessen ist, und solange es innerhalb dieser Grenze bleibt, bleibt es, was es ist. Wenn es aber diese Grenze überschreitet und zu groß oder zu heiß wird, verwandelt es sich in etwas anderes, wie Wasser sich in Dampf verändert.
Im Potenzenverhältnis macht das Quantum die Qualität aus, insofern es nicht bloße Anzahl, sondern Verhältnis zu sich ist, sich in die Potenz erhebt. In diesem Verhältnis also wird die Identität der Quantität und Qualität, und damit implizit den Begriff des Maßes, sichtbar. Die logische Entwicklung des Maßes fängt jedoch, wie üblich bei Hegel, mit dem Maß in seiner Unmittelbarkeit an; und in dieser Unmittelbarkeit ist das Maß-gebende Quantum noch nicht als Potenzenverhältnis, sondern als „ein unmittelbares, daher als irgendein bestimmtes, Quantum" zu verstehen (GW 21, 329). Am Anfang seiner Entwicklung also ist das Maß das „specifische Quantum" − das unmittelbare endliche Quantum, das zugleich einem Etwas eine definitive qualitative Grenze setzt.[49]

15. *Der Differentialkalkül*

Mit dem Übergang zum Maß ist die logische Entwicklung der Quantität abgeschlossen. In drei Anmerkungen jedoch, die sich über siebzig Seiten erstrecken, aber die logische Entwicklung der Quantität selbst nicht vorantreiben, behandelt Hegel gewisse, seiner Ansicht nach gravierende, Probleme im üblichen Verständnis des Diffentialkalküls am Anfang des neunzehnten Jahrhunderts. Dabei bietet er eine Interpretation des Kalküls an, die heute noch von Interesse ist.[50]

15.1. Das Problem der „Vernachlässigung" unendlich-kleiner Größen

[49] In der weiteren Entwicklung des Maßes nimmt es aber auch die Form von Potenzenverhältnissen an (vgl. GW 21, 339).
[50] Zu Hegels Deutung der Differentialrechnung, siehe auch Biard *et al* (1981), S. 172–211; Wolff (1986); Hartmann (1999), S. 116–37; Stekeler-Weithofer (2005), S. 240–66.

Nach Hegel hat die Differentialrechnung „große“, ja „glänzende“, Resultate erbracht, und ihre Brauchbarkeit ist keineswegs zu bezweifeln (GW 21, 236–7).[51] Wie sie gewöhnlich verstanden wird, bleibt sie jedoch mit Problemen behaftet, die sie einer Kritik aussetzen, die vermieden werden kann und soll. Diese betreffen das „Verfahren“, die erste abgeleitete Funktion, oder den „Differential-Coefficienten dy/dx“, einer ursprünglichen Funktion und zwar einer „Potenzenbestimmung“ x^n zu finden (GW 21, 236–7; 251). Hegel bestreitet nicht, dass, wenn $y = x^n$, dann $dy/dx = nx^{n-1}$ (vgl. GW 21, 273);[52] er behauptet jedoch, dass das gewöhnliche Verfahren, dy/dx durch die Entwicklung des Binomiums $(x + dx)^n$ zu entdecken, äußerst problematisch ist.

In diesem Verfahren wird dx als „*Increment*, *Zuwachs*, Zunahme des x“ im Verhältnis zu einem entsprechenden Zuwachs des y, nämlich dy, gedacht (GW 21, 255). Zugleich wird angenommen, dass das Verhältnis dy/dx unverändert bleibt, wie klein auch die beiden Relata werden. Dy und dx werden dann im Grenzfall als „*unendlich-kleine Größen*“, die dem y bzw. x hinzugefügt werden, verstanden (GW 21, 256). Das Verhältnis zwischen diesen unendlich-kleinen Größen wird dadurch entdeckt, dass eine Funktion $y = x^n$ zuerst „durch einen Zuwachs die Form eines Binomiums“ erhält und in die neue Funktion $(y + dy) = (x + dx)^n$ verwandelt wird (GW 21, 274). Diese neue Funktion wird dann entwickelt, und sie erzeugt dabei eine Reihe von Funktionen von x und dx. Da aber dx als unendlich klein betrachtet wird, können alle Glieder der Reihe, die eine höhere Potenz von dx enthalten, vernachlässigt werden, und die Funktion, die übrig bleibt, ist also mit dy/dx identifiziert.

Nehmen wir z. B. die Funktion $y = x^3$ in ihrer erweiterten Form $(y + dy) = (x + dx)^3$. Wenn diese Funktion entwickelt wird, ist das Resultat:

$$y + dy = x^3 + 3x^2.dx + 3x.(dx)^2 + (dx)^3$$

Da $y = x^3$, reduziert sich diese Gleichung auf die folgende:

$$dy = 3x^2.dx + 3x.(dx)^2 + (dx)^3$$

[51] Siehe auch Stekeler-Weithofer (2005), S. 251.
[52] Siehe auch Stekeler-Weithofer (2005), S. 255.

Wenn wir nun die höheren Potenzen von dx weglassen, wird die Gleichung weiter reduziert auf:

$$dy = 3x^2.dx$$

Daraus ergibt sich unmittelbar das Resultat, das wir suchen:

$$dy/dx = 3x^2$$

Dieses Resultat entspricht der allgemeinen Formel $dy/dx = nx^{n-1}$, und an ihm ist in dieser Hinsicht nichts zu beanstanden. Hegel behauptet jedoch, dass durch das Verfahren, das gerade angewendet wurde, dem Resultat ein „Schein der *Ungenauigkeit*“ verliehen wird (GW 21, 238). Dieser Schein verdankt sich der „*Vernachlässigung*“ der höheren Potenzen von dx in der Entwicklung des Binomiums (vgl. GW 21, 238, 256). Ohne diese Vernachlässigung wäre dy/dx eigentlich $3x^2 + 3x.dx + (dx)^2$, und im Vergleich mit dieser Gleichung ist die Gleichung $dy/dx = 3x^2$ offenbar ungenau. Diese Ungenauigkeit ist jedoch nur ein Scheineffekt des Verfahrens, denn dy/dx in diesem Fall ist in der Tat *genau* $3x^2$, wie durch andere Verfahren nachzuweisen ist (vgl. GW 21, 238). Jede Kritik des Differentialkalküls, die sich auf diese „Ungenauigkeit“ beruft, schlägt daher fehl; aber das Verfahren lädt zu einer solchen Kritik geradezu ein, indem es Glieder der Entwicklung wegen ihrer unendlichen Kleinheit „vernachlässigt“.

Wie ist also dieser Schein der Ungenauigkeit zu entfernen? Nach Hegel erfordert dies nicht, dass wir bei der Suche nach dy/dx auf die Entwicklung eines Binomiums schlechthin verzichten. Es erfordert auch nicht, dass wir die Glieder der daraus entspringenden Reihe mit höheren Potenzen von dx *nicht* weglassen. Wir müssen vielmehr einsehen, dass diese wegzulassenden Glieder gar nicht erst zu dy/dx gehören, weil „das Differential von x^n, durch das erste Glied der Reihe, die durch die Entwicklung von $(x + dx)^n$ sich ergibt, gänzlich erschöpft“ ist (GW 21, 263). Das Resultat einer solchen Entwicklung verliert also seinen „Schein der *Ungenauigkeit*“, wenn man beachtet, dass das erste Glied, das durch die Entwicklung selbst erzeugt wird, nämlich nx^{n-1}, für sich allein genommen dy/dx genau ausdrückt.[53]

Hegel zufolge setzt sein Verständnis der Glieder der Entwicklung ebenso voraus, dass wir dy/dx selbst anders als bisher konzipieren. In der gewöhnlichen Auffassung, so Hegel, wird dy/dx als das Verhältnis zwischen zwei unendlich-kleinen Größen oder Zuwächsen verstanden (vgl. GW 21, 251, 255). Das heißt wiederum, dass dy/dx selbst vor allem als Größe oder Quantum betrachtet werden muss, so wie eine Bruchzahl, z. B. 2/7, auch ein Verhältnis als Quantum ist (vgl. GW 21, 242–4). Als Quantum enthält dy/dx eine Anzahl oder Summe, und es ist daher mit der Summe, die die Glieder der Entwicklung zusammen ausmachen, gleichzusetzen. Da aber alle Glieder außer dem ersten außer Acht gelassen werden können, kann diese Summe auf das erste Glied reduziert werden, welche Reduktion, wie wir gesehen haben, ein Resultat ergibt, das ungenau zu sein scheint, in der Tat jedoch ganz genau ist.

Nach Hegel hingegen soll dy/dx nicht in erster Linie als Summe, sondern explizit als *Verhältnis* verstanden werden, und zwar als Verhältnis, das allein durch das erste Glied der Entwicklung ausgedrückt wird und als die erste abgeleitete Funktion der ursprünglichen Funktion gilt (vgl. GW 21, 263–4, 267). Die anderen Glieder, oder vielmehr deren „Coefficienten“ auf gehörige Weise interpretiert, sind dann als weitere abgeleitete Funktionen der ursprünglichen zu verstehen, nämlich als d^2y/dx^2, d^3y/dx^3, usw., die andere Verhältnisse ausdrücken (vgl. GW 21, 298).

Nehmen wir z. B. die Funktion $y = x^4$, bzw. $(y + dy) = (x + dx)^4$, die die folgende Entwicklung ergibt:

$$y + dy = x^4 + 4x^3.dx + 6x^2.(dx)^2 + 4x.(dx)^3 + (dx)^4$$

Diese Gleichung reduziert sich auf

$$dy = 4x^3.dx + 6x^2.(dx)^2 + 4x.(dx)^3 + (dx)^4$$

und die Koeffizienten der Glieder der Entwicklung − die Teile der Glieder, die x enthalten − sind also:

[53] x^n wird nicht eigens durch die Entwicklung erzeugt, sondern es gehört schon zur ursprünglichen Funktion. Es gilt also nicht als erstes Glied der Entwicklung.

$$4x^3 + 6x^2 + 4x$$

Nehmen wir dann die Taylorreihe in der Notation von Joseph-Louis Lagrange, mit der Hegel bekannt war:

$$f(x + i) = fx + f'x\,.i + f''x/2\,.i^2 + f'''x/2.3\,.i^3 + f^{iv}x/2.3.4\,.i^4 + \ldots$$

In dieser Reihe bezeichnet fx die ursprüngliche Funktion von x, f′x die erste abgeleitete Funktion dy/dx, f″x die zweite abgeleitete Funktion d^2y/dx^2, usw. und i dx (vgl. GW 21, 262).[54] Die abgeleiteten Funktionen sind also in den folgenden Koeffizienten der Glieder der Reihe enthalten:

$$f'x + f''x/2 + f'''x/2.3 + f^{iv}x/2.3.4 \ldots$$

Wenn wir jetzt die Koeffizienten der obigen Entwicklung der Funktion $y = x^4$ denjenigen der Taylorreihe gleichsetzen, ergeben sich wie folgt die abgeleiteten Funktionen jener Funktion:

$$f'x = 4x^3 = dy/dx$$

$$f''x/2 = 6x^2;\ \text{daher}\ f''x = 12x^2 = d^2y/dx^2$$

$$f'''x/2.3 = 4x;\ \text{daher}\ f'''x = 24x = d^3y/dx^3$$

Nach Hegel also entsprechen die weiteren Glieder der Entwicklung einer Funktion, nach der ersten, den „Differentiale[n] höherer Ordnungen“ der Funktion (GW 21, 264); genauer gesagt, ergeben die Koeffizienten dieser Glieder solche Differentiale, wenn sie den Koeffizienten der Glieder der Taylorreihe gleichgesetzt werden. Auf diese Weise drückt jedes Glied der Entwicklung indirekt ein verschiedenes Verhältnis aus, das von der ursprünglichen Funktion abgeleitet werden kann; das heißt wiederum, dass

---

[54] Siehe auch Lagrange (1847), S. 18–19 [I, §§ 8–9].

diese Glieder nicht als unendlich-kleine Teile der „Summe“, die dy/dx sein soll, zu betrachten sind. Mit anderen Worten sind die Glieder der Entwicklung *qualitativ*, nicht bloß *quantitativ*, voneinander zu unterscheiden. Hegel zufolge bleibt es der Fall, dass man die erste abgeleitete Funktion einer ursprünglichen Funktion dadurch entdeckt, dass man diese zuerst als Binomium fasst, dieses Binomium dann entwickelt und alle Glieder nach dem ersten (eigens der Entwicklung zugehörenden) weglässt.[55] Diese Glieder werden jedoch außer Acht gelassen, „nicht darum weil sie unbedeutend an Größe sind, sondern weil sie unbedeutend der Qualität nach sind“, d. h. weil jedes ein qualitativ verschiedenes Verhältnis ausdrückt (GW 21, 265).

15.2. Dy und dx als qualitative Quantitätsmomente

Nicht nur ist jede abgeleitete Funktion von den anderen qualitativ verschieden, sondern jede nach Hegel ist selbst ein Verhältnis qualitativer Quantitätsmomente (vgl. GW 21, 255). Dy und dx sind also in Wahrheit weder unendliche, noch endliche Quanta, sondern quantitative Momente, die sowohl der Form als auch dem Inhalt nach wesentlich *qualitativer* Natur sind. Was aber soll das bedeuten?

Ein Quantum als Zahl, wie wir oben gesehen haben, ist durch die Vielheit, die es enthält, gegen andere Zahlen abgegrenzt, aber als Eins bezieht es sich zugleich rein auf sich selbst und ist so bestimmt innerhalb seiner selbst oder *an sich* (vgl. GW 21, 195). Dank den drei Eins, die sie umfasst, wäre also die Zahl 3 die bestimmte Zahl, die sie ist, auch wenn es keine anderen Zahlen gäbe.[56] In diesem Sinne ist das Quantum als Zahl eine Bestimmung, die „ein vollkommen gleichgültiges Daseyn haben, der ihr Unterschied von einem andern gleichgültig seyn soll“ (GW 21, 252). Zahlen können wohl im Verhältnis zu einander stehen und dabei ihre gegenseitige Gleichgültigkeit verlieren. In einer Bruchzahl, wie z. B. 2/7, gelten beide Zahlen nicht mehr für sich, sondern nur als Momente ihres Verhältnisses; in dieser Hinsicht sind sie nicht mehr gleichgültig gegen einander, sondern sie sind aneinander gebunden und können daher nur durch andere Zahlen ersetzt werden, die dasselbe Verhältnis aufrechterhalten (wie

[55] Siehe oben n. 53.
[56] Siehe Winfield (2012), S. 138.

4/14 oder 6/21) (vgl. GW 21, 242). Dennoch können die Seiten einer Bruchzahl auch aus dem Verhältnis genommen werden und wieder „gewöhnliche gleichgültige Quanta“ sein (GW 21, 243).[57]

Ein endliches qualitatives Etwas hingegen, insofern es noch nicht als Eins gedacht wird, ist das, was es ist, *nur* „in seinem Unterschiede von einem Andern“ (GW 21, 252). Es hat zwar eine gewisse Unmittelbarkeit, aber es ist nur durch die Grenze, die es mit einem anderen teilt, wirklich bestimmt: eine Wiese ist Wiese, nur insofern sie auch nicht-Wald ist (vgl. GW 21, 113–15; 174).

Wenn Hegel behauptet, dass dy und dy „qualitativer“ Natur sind, meint er also, dass sie nicht mehr Quanta, die außer ihrem Verhältnis noch ein Dasein haben, sondern nur Momente ihres Verhältnisses sind. In seinen eigenen Worten

> „dx, dy sind keine Quanta mehr, noch sollen sie solche bedeuten, sondern haben allein in ihrer Beziehung eine Bedeutung, *einen Sinn blos als Momente*. Sie sind nicht mehr *Etwas*, das Etwas als Quantum genommen, nicht endliche Differenzen; aber auch *nicht Nichts*, nicht die bestimmungslose Null. Ausser ihrem Verhältnisse sind sie reine Nullen, aber sie sollen nur als Momente des Verhältnisses, als *Bestimmungen* des Differential-Coefficienten dx/dy genommen werden“ (GW 21, 251)

Dx und dy sind zwar keine qualitativen „Etwas“, wie eine Wiese oder ein Wald, sondern durchaus quantitative Bestimmungen; aber sie sind der Form nach qualitative Quantitätsbestimmungen, weil sie nur *Momente* ihres Verhältnisses sind, die sonst keinen Sinn haben.[58]

Hegels Auffassung von dy/dx als vor allem einem Verhältnis, statt einer Summe, befreit den Differentialkalkül von der problematischen Vorstellung der „Vernachlässigung“ unbedeutender Größen. Seine Auffassung von dy und dx selber als bloß qualitativen Momenten ihres Verhältnisses befreit den Kalkül auch von der Vorstellung, dass dy/dx ein Verhältnis zwischen *Quanta* ist, seien sie endlich oder unendlich. Hegel behauptet jedoch, dass gerade die Vorstellung von dy und dx als „unendlich-kleinen“ Größen es logisch notwendig macht, sie als qualitative Momente zu denken.

---

[57] Hegel ist sich wohl bewusst, dass Bruchzahlen nicht nur als Verhältnisse, sondern auch als Summen (oder Reihen), d. h. als Dezimalbrüche, ausgedrückt werden können, aber er meint, dass ihre spezifisch quantitative „Unendlichkeit“ dabei verlorengeht (vgl. GW 21, 243–6).

[58] Siehe auch Stekeler-Weithofer (2005), S. 252–3.

Hegel zufolge ist der Begriff eines unendlichen Quantums, wie er gewöhnlich konzipiert wird, widersprüchlich. Ein solches Quantum soll ein *Quantum* sein; zugleich aber soll es grösser oder kleiner als jede beliebige Größe sein und daher jenseits aller Quanta liegen (vgl. GW 21, 221; 233). Wie wir oben gesehen haben, erzeugt dieser Widerspruch einen unendlichen Progress, worin das unendliche Quantum immer jenseits desjenigen Quantums versetzt wird, das es selber ist. Der Widerspruch wird jedoch aufgelöst, wenn man einsieht, dass ein unendliches Quantum *als unendlich* „in der That *kein Quantum* als solches mehr" sein kann (GW 21, 239). Die wahrhafte quantitative Unendlichkeit besteht nicht darin, ein Quantum zu sein, und liegt auch nicht „jenseits" des Quantums, dem sie gehört, sondern sie kann nur in einer gewissen *Qualität*, die ein Quantum aufweist, liegen. Der Gedanke des „unendlichen" Quantums führt daher selbst direkt zum Begriff des Quantums als qualitativ.

Nun gemäß der Logik der Quantität, die Hegel im Haupttext auseinandersetzt, weist ein Quantum die Qualität am vollkommensten auf, wenn es sich in eine höhere Potenz erhebt (vgl. GW 21, 318–20). Das Quantum erweist sich dabei als qualitatives Fürsichsein, weil es sich in dem Anderen, das es wird, nur auf sich selbst, auf sein eigenes Produkt, bezieht. Da es aber überhaupt *für sich* ist, bleibt es auch ein gleichgültiges, fürsichseiendes Quantum. Das wahrhaft unendliche Quantum ist daher irgendein beliebiges Quantum, das im Verhältnis zu seiner eigenen Potenz steht und darin qualitativ ist.

Dy und dx sind nun auch in der gewöhnlichen Auffassung des Differentialkalküls „unendliche" Größen, nämlich unendlich-kleine; und da auch in ihrem Fall ein unendliches Quantum in Wahrheit „*kein Quantum* als solches mehr" ist (GW 21, 239), muss ihre Unendlichkeit als Qualität begriffen werden. Da aber dy und dx wesentlich einseitige Momente in Beziehung auf einander sind, können sie zunächst nicht die Qualität des Fürsichseins, sondern sie müssen vielmehr diejenige des Momentseins, d. h. das Sein-für-Eines, aufweisen (vgl. GW 21, 146–7; 241).[59] Als reine Momente ohne Fürsichsein jedoch können sie gar nicht mehr als gleichgültige Quanta verstanden werden. Dy und dx in ihrer Wahrheit sind daher

---

[59] Der Ausdruck d^2y/dx^2 bedeutet nicht, dass die beiden Momente in höheren Potenzen vorhanden sind, sondern er bezeichnet nur die zweite abgeleitete Funktion einer ursprünglichen. In der Entwicklung eines Binomiums von der Form $(x + dx)^n$ kann aber dx in höheren Potenzen, und in diesem Sinn als „Fürsichsein", erscheinen.

„Quantitätsbestimmungen“, die *nur* Momente sind; d. h. jedes ist nur „eine Größebestimmtheit in *qualitativer* Form“ (GW 21, 241).

Nach der Logik der Qualität jedoch machen zwei reine Momente in Beziehung auf einander ein neues Fürsichsein aus, da das Sein-für-Eines, das Momentsein, in Beziehung nur auf Sein-für-Eines, nur auf sich selbst, und damit *für sich* ist (vgl. GW 21, 146–7; 150–1). Die reinen Momente, dy und dx, im Verhältnis zu einander müssen daher auch eine fürsichseiende, und in diesem Sinne „unendliche“, Einheit bilden; als bloße Momente sind sie „Negationen“, und ihr Verhältnis ist daher die „Negation der Negation“, die „hiermit die Bestimmung der Unendlichkeit *in sich hat*“ (GW 21, 245–6). Aus diesem Grunde ist dy/dx, der modernen Auffassung gemäß, „als ein einziges untheilbares Zeichen“ anzusehen (GW 21, 265).[60] Dank seiner fürsichseienden Einheit kann dy/dx auch, im Gegensatz zu seinen beiden Momenten, die Form eines Quantums annehmen. Das Verhältnis der zwei Momente, dy und dx, das von einer bestimmten Funktion, z. B. $y = x^2$, abgeleitet wird, wird daher durch einen „ganz bestimmte[n] quantitative[n] Werth“, d. h. ein bestimmtes endliches Quantum, 2x, ausgedrückt, oder in anderen Fällen durch Quanta, wie $3x^2$, die höhere Potenzen enthalten (GW 21, 267).[61] *Als* ein Quantum jedoch ist dy/dx nicht mehr ein qualitatives Verhältnis als solches, sondern vielmehr dessen Exponent. Ja, das Quantum von dy/dx ist der logischen Struktur des Verhältnisses selbst gleichgültig; was auch das Quantum von dy/dx sein mag, bleibt letzteres das Verhältnis zwischen Relata, die selbst keine Quanta, sondern nur qualitative Quantitätsbestimmungen sind. In Hegels Worten, „diß Quantum des Ganzen, geht das Verhältniß seiner Momente, *die Natur der Sache* d. h. die qualitative Größenbestimmung, nichts an“ (GW 21, 248).

Noch bleibt es unklar welchen Inhalt dy und dx haben müssen; wir wissen also immer noch nicht, *welche* Quantitätsbestimmungen durch dy und dx dargestellt werden. Es steht aber fest, dass diese Bestimmungen der Form nach keine Quanta, sondern nur Momente in Beziehung auf einander, und in diesem Sinne qualitativ, sind. Das Verdienst Newtons und Eulers besteht nach Hegel darin, implizit, wenn nicht explizit, begriffen zu haben, dass „unendlich-kleine“ Größen in Wahrheit qualitative Momente

[60] Vgl. Boyer (1959), S. 196; 216; 221; 254–5. Nach Hegel aber, wie wir gesehen haben, ist dieses einzige unteilbare Zeichen nicht „completely divested of any idea of ratio“ (S. 254).
[61] In diesem Sinne stimmt es nicht, wie Hartmann (1999, S. 130) behauptet, dass der Wert des Differentialquotienten nicht als „Summe“ erscheinen darf.

sein müssen. Diese Einsicht drücken sie dadurch aus, dass sie solchen Größen den Status von Quanta im gewöhnlichen Sinne entziehen.

Hegel behauptet, dass der Gedanke der Sache „nicht richtiger bestimmt werden“ kann, „als *Newton* ihn gegeben hat“ (GW 21, 253). Streng genommen jedoch stimmt das nicht, denn Newton hat nicht ausdrücklich die qualitative Natur „unendlicher“ Größen hervorgehoben. Indem er aber solche Größen als „*verschwindende Theilbare*“, und das Verhältnis zwischen ihnen als dasjenige „*mit dem* sie verschwinden“, begriffen hat, hat er die wahre spekulative Auffassung von dy und dx antizipiert (GW 21, 253).[62] Ähnliches lässt sich auch von Euler sagen. Hegel weiß wohl, dass es ungenügend ist, mit Euler das Verhältnis zwischen dy und dx dem Verhältnis 0 : 0 gleichzusetzen, und sogar unsinnig zu behaupten, dieses Verhältnis würde mit der Proportion, z. B. 2 : 1, übereinstimmen. Dennoch erkennt Hegel in den Anführungen von Euler den wahren Begriff des Unendlichen, auch wenn er „nicht in seiner Bestimmtheit herausgehoben und gefaßt worden ist“ (GW 21, 258).[63] Hegels Begriff des Differentialkoeffizienten soll daher nicht nur frühere Missverständnisse korrigieren, sondern auch die Wahrheit, die in früheren Auffassungen oft implizit enthalten ist, ans Licht bringen (vgl. GW 21, 238–9; 252–3).

15.3. Dy und dx als „Elemente“ im Verhältnis

An einer Stelle in der ersten Anmerkung über den Differentialkalkül erinnert uns Hegel daran, dass das unendliche Quantum in der Form von dy und dx „nicht nur als dieses oder jenes Quantum aufgehoben [ist], sondern als Quantum überhaupt“. Er fährt dann fort: „Es *bleibt* aber die *Quantitätsbestimmtheit* als *Element* von Quanta, Princip, oder sie wie man auch gesagt hat, in *ihrem ersten Begriffe*“ (GW 21, 251). Diese Worte deuten an, dass dy und dx, die der Form nach qualitative Momente sind, die Quantitätsbestimmtheit als „Element“ zu ihrem Inhalt haben. Wie ist aber dieses „Element“ zu verstehen?

Einen Hinweis finden wir an einer anderen Stelle, an der Hegel die Frage diskutiert, ob es je gerechtfertigt sei, einen Bogen als eine Tangente zu behandeln. Hegels Antwort auf diese Frage ist ja, aber zuvor gibt er zu, dass „der Bogen [...] wohl *incommensurabel* mit der *geraden Linie*“ ist; und als Grund dafür führt er an, dass das

[62] Vgl. Newton (1687), S. 30–1 [I, 1, Lemma 11, Scholium].

[63] Vgl. Euler (1787), S. 63–4 [§§ 84–6].

Element des Bogens „zunächst von anderer *Qualität* als das Element der geraden Linie" ist (GW 21, 270). Diese Aussage deutet also darauf hin, dass das „Element" einer Quantität mit ihrer Qualität, d. h. mit ihrem eigentümlichen Charakter, zu identifizieren ist. Demnach wären dy und dx qualitative Momente eines Verhältnisses, die die verschiedenen Qualitäten zweier Quantitäten darstellen. Welche sind dann diese Quantitäten? Hegel zufolge sind es die „Ordinate" und die „Abzisse" in einem Koordinatensystem.

Wenn wir die verschiedenen Werte einer Funktion, z. B. $y = x^3$, in ein solches System eintragen, ergibt sich eine Kurve. Der y-Wert eines Punktes an der Kurve, die dem gleichen Wert an der senkrechten y-Achse entspricht, heißt die Ordinate, und der x-Wert des Punktes, die dem gleichen Wert an der waagerechten x-Achse entspricht, heißt die Abzisse. Die Ordinate und Abzisse als einfache *Quanta* stehen selbstverständlich im konstanten Verhältnis zu einander, das in der Funktion selbst ausgedrückt wird: der y-Wert in unserem Beispiel ist also immer der Kubus des x-Werts. Die *Zuwächse* der Werte stehen auch in einem Verhältnis zu einander, das aber veränderlich ist.[64] Nach Hegel jedoch stehen zudem die „Elemente" oder *Qualitäten* der beiden Variablen in einem stetigen Verhältnis zu einander, und dieses Verhältnis ist es, das durch dy/dx ausgedrückt wird:

> „Das Element der Ordinate [...] ist nicht als der *Unterschied einer Ordinate von einer andern Ordinate* zu nehmen, sondern ist vielmehr als der Unterschied oder die *qualitative* Größenbestimmung gegen *das Element der Abcisse*" (GW 21, 268)

Hegels Aussage wird noch verständlicher, wenn wir das Zitat fortsetzen. Nach Hegel ist „der Unterschied" oder das Verhältnis zwischen den Elementen der Ordinate und der Abzisse als „*das Princip der einen veränderlichen Größe gegen das der andern*" zu verstehen (GW 21, 268). Das Element oder die Qualität der einen Größe ist demnach das Prinzip ihrer Veränderlichkeit: *wie* sie in Bezug auf die Veränderung der anderen sich verändert.

Nun ist das eigentümliche „Wie" der beiden Größen in einer Hinsicht schon in ihrer Veränderung als Quanta, gemäß der ursprünglichen Funktion, sichtbar: sie verändern sich *so*, dass immer $y = x^n$. In dieser Hinsicht aber besteht dieses

[64] Wenn $y = x^3$, ergeben sich folgende Werte für die beiden Variablen: y = 8, x = 2; y = 27, x = 3; y = 64, x = 4; y = 125, x = 5, usw. Indem x jedes Mal um 1 wächst, wächst y jeweils um 19, 37, 61, usw. Es entsteht dabei also kein stetiges direktes Verhältnis zwischen den Zuwächsen der beiden Variablen.

„Wie“ nur in einer Reihe von verschiedenen Quanta und deren entsprechenden Zuwächsen; es erscheint nicht in der expliziten Form einer Qualität. Dies geschieht nur, insofern die Prinzipien oder Qualitäten der Größen in einem unmittelbaren Verhältnis zu einander ohne Quanta stehen − das Verhältnis, das Hegel mit dy/dx identifiziert. Nur in diesem Verhältnis werden also die Qualitäten der Größen *als Qualitäten* sichtbar.

Der Differentialkoeffizient, dy/dx, wie Hegel ihn konzipiert, hat jetzt einen klaren Sinn: Er ist das stetige Verhältnis, das von einer Funktion $y = x^n$ abgeleitet werden kann, zwischen den Qualitäten oder Veränderungsweisen der beiden Variablen in Bezug auf einander, ganz abgesehen von den bestimmten Zuwächsen der Variablen.[65] Dieses Verhältnis wird selber in einem Quantum ausgedrückt, das immer die Form nx^{n-1} hat, aber die Relata sind weder Quanta, noch Zuwächse, sondern Qualitäten oder „Prinzipien“ der Veränderlichkeit. Wichtig ist aber zu merken, dass diese Qualitäten nicht unabhängig voneinander erkennbar sind. Sie sind nur in ihrem Verhältnis zu einander, ja *durch* dieses Verhältnis, erkennbar. Die Qualitäten sind nicht Veränderungsweisen, die zuerst für sich identifiziert und dann in ihrem Verhältnis verstanden werden können; sondern sie sind nur als Momente *ihres Verhältnisses* verständlich. Die Qualitäten zweier Größen in einer gegebenen Funktion manifestieren sich *als* bestimmte stetige Qualitäten nur dadurch, dass sie ein bestimmtes stetiges Verhältnis, dy/dx, zu einander haben.[66]

Hegel besteht darauf, dass nichts mehr über dieses Verhältnis als solches gesagt werden kann und gesagt zu werden braucht. Es ist einfach das erste qualitative Verhältnis, das von einer bestimmten Funktion abgeleitet werden kann, „und es ist dem dy/dx sonst kein reeller Sinn zuzuschreiben“ (GW 21, 289).

Hegel zufolge erhält dieses abgeleitete Verhältnis einen solchen reellen Sinn nur, wenn es einem *anderen* Verhältnis gleichgesetzt wird (vgl. GW 21, 285;

---

[65] In dieser Hinsicht stimme ich mit Stekeler-Weithofer (2005, S. 256) nicht überein, wenn er von Hegel sagt, „es geht ihm allein darum, den Bereich der endlichen Größen nicht zu verlassen“. Stekeler-Weithofer besteht aber ganz zu Recht darauf, dass Hegel „auf das Gerede über die infinitesimalen Inkremente *dx* zu verzichten“ bestrebt ist.

[66] Wolff (1986, S. 251) behauptet, dass „*dy/dx* = *P*“ nur noch ausdrückt, „*daß* das Verhältnis zwischen *x* und *y* innerhalb der ursprünglichen Funktion ein bestimmtes Potenzenverhältnis war“. Meiner Ansicht nach jedoch spielt dy/dx darüber hinaus eine weitere Rolle. Es lässt die Qualitäten von den zwei Variablen *als* Qualitäten, in Abstraktion von den durch die ursprüngliche Funktion erzeugten quantitativen „Zuwächsen“, sichtbar werden, wenngleich nur dadurch, dass sie *dieses* bestimmte stetige Verhältnis herstellen.

289). Das Verhältnis selbst lässt aber nicht erkennen, welches andere Verhältnis mit ihm in Proportion ist. Nun gilt dy/dx als ein *lineares* Verhältnis, weil sein quantitativer Ausdruck ein einfaches Quantum ohne Potenzen ist (oder auf ein solches reduziert werden kann), und daher Gleichungen bildet, die Linien, statt Kurven, ergeben: die Funktion $y = x^2$ erzeugt eine Kurve, aber 2x als Bestandteil einer einfachen Gleichung $p = 2x$ erzeugt eine Linie. Dem abgeleiteten Verhältnis dy/dx ist daher zu entnehmen, dass das andere Verhältnis ein lineares Verhältnis zwischen bestimmten Linien im System der jeweiligen Kurve sein muss; aber, so Hegel, „*damit weiß man noch nichts*" (GW 21, 285).[67] Die Aufgabe, die der höheren Analysis am Ende des achtzehnten Jahrhunderts und vorher oblag, bestand also darin, diese Linien zu finden und nachzuweisen, dass ihr Verhältnis demjenigen des Differentialkoeffizienten gleichkommt. Ältere Mathematiker, betont Hegel, hatten bloß vorausgesetzt, Lagrange dagegen hat entdeckt und bewiesen, dass die einschlägigen Linien die *Ordinate* und die *Subtangente* sind (vgl. GW 21, 284–7).[68]

Nehmen wir an, dass die Tangente einer Kurve, die im Koordinatensystem durch eine Funktion erzeugt wird, bis zur x-Achse verlängert wird; dann nehmen wir auch an, das eine Linie von dem Punkte an der Kurve, den die Tangente berührt, senkrecht zur x-Achse heruntergezogen wird. Diese senkrecht gezogene Linie ist die Ordinate (die von dem gleichnamigen y-Wert eines Punktes an der Kurve zu unterscheiden ist); und der Teil der x-Achse, der zwischen den Punkten liegt, an denen die Tangente und die Ordinate die x-Achse schneiden, ist die Subtangente. Nennen wir den Winkel, der durch die Tangente und die Subtangente gebildet wird, φ; das Verhältnis zwischen der Ordinate und der Subtangente, O/S, ergibt also tan φ und damit die *Steigung* der Tangente an dem Punkte, an dem sie die Kurve berührt. Das qualitative Verhältnis, dy/dx, das von einer Funktion abgeleitet wird, erhält also einen „reellen Sinn" dadurch, dass es der Steigung der Tangente, die zum System der durch diese Funktion erzeugten Kurve gehört, gleichgesetzt wird, und dadurch, dass sein quantitativer Ausdruck, nx^{n-1}, die Größe dieser Steigung ist (vgl. GW 21, 286). Die bestimmte *Qualität* der Veränderung von y und x in einer Funktion, im Gegensatz zu deren rein quantitativen Veränderungen, wird daher

[67] Siehe auch Wolff (1986), S. 225–6.
[68] Siehe auch Boyer (1959), S. 210–11; 217; 220; 276.

im *stetigen* Verhältnis der Ordinate und Subtangente der dieser Funktion entsprechenden Kurve sichtbar. Wenn z.B. $y = x^2$, verändern sich y und x *so*, dass das Verhältnis zwischen der Ordinate und Subtangente, O/S, 2x bleibt, egal welche besonderen Zuwächse y und x (und die beiden Linien) erhalten mögen. Hegel ist es daher gelungen, den Differentialkoeffizienten ganz ohne Bezug auf „unendlich-kleine" Größen verständlich zu machen. In dieser abgeleiteten Funktion selbst werden solche Größen durch qualitative Quantitätsbestimmungen ersetzt; und das andere Verhältnis, das mit dy/dx in Proportion ist, ist eines zwischen Linien mit bestimmten endlichen Größen. Unendlich-kleine Größen spielen daher gar keine Rolle, und ein möglicher Grund der Kritik an der Differentialrechnung ist dadurch entfernt.

15.4. Zwei Fragen

Bevor ich dieses Kapitel zu Ende bringe, bleiben noch zwei Fragen zu beantworten. Erstens, warum beschränkt Hegel die Differentialrechnung auf die Behandlung von „Potenzenbestimmungen" (GW 21, 250–1; 275)? Zweitens, wenn Hegel die Vorstellung, dass dx eine unendlich-kleine Größe, ja ein Quantum überhaupt, ist, aufgegeben hat, warum behält er die Methode bei, dy/dx durch die Entwicklung eines Binonimums von der Form $(x + dx)^n$ zu entdecken (vgl. GW 21, 279–81)?

Nach Hegel ist die erste Potenz, x^1 oder einfach x, „nur Potenz im Verhältniß zu höhern"; „für sich", schreibt er, „ist x nur irgend ein unbestimmtes Quantum" (GW 21, 278). Unter „Potenzenbestimmung" versteht er also einen Ausdruck oder eine Gleichung, worin eine Grösse „in einer *höhern*, als die erste *Potenz*" vorhanden ist (GW 21, 276). Hegel führt zwei Gründe an, um zu erklären, warum der eigentümliche Zweck der Differentialrechnung darin besteht, nicht bloß veränderliche Größen im allgemeinen, sondern solche Potenzenbestimmungen zu behandeln (vgl. GW 21, 250–1).

Zuerst, behauptet er, hat es keinen Sinn, einfache lineare Gleichungen, wie y = ax oder s = ct, *für sich* zu differenzieren, weil kein neues Verhältnis dadurch entdeckt wird: wenn y = ax, dann y/x = a, aber dy/dx ist auch nur a. Bei einer Potenzenbestimmung hingegen wird durch die Differentiation ein verschiedenes, zunächst verhülltes, Verhältnis ans Licht gebracht. Es ist daher nur sinnvoll, lineare Bestimmungen im Zusammenhang mit Potenzenbestimmungen zu differenzieren (vgl. GW 21, 278).[69]

Der zweite, philosophische, Grund, die Differentiation auf Potenzenbestimmungen zu beschränken, liegt darin, dass, nach Hegels Auffassung, solche Bestimmungen nicht bloß quantitativ, sondern qualitativ, sind. In der linearen Gleichung $y = ax$ wird das Verhältnis zwischen y und x durch das einfache Quantum a bestimmt. In der Potenzenbestimmung $y = x^n$ dagegen ist das Verhältnis zwischen y und x ein qualitativ bestimmtes, weil x^n selbst ein durch sich selbst bestimmtes und dadurch fürsichseiendes, qualitatives Quantum ist (vgl. GW 21, 250; 275; 278–9; 318–19). Der Zweck der Differentiation ist dann ein weiteres qualitatives Verhältnis von diesem abzuleiten, nämlich das Verhältnis zwischen den „Elementen" oder Qualitäten von y und x. Y und x als Quanta verändern sich gemäß der ursprünglichen Funktion $y = x^n$, und sie erzeugen dabei eine Kurve im Koordinatensystem. Die Qualitäten oder Veränderungsweisen der beiden Größen, als reine Qualitäten in Abstraktion von den quantitativen Zuwächsen der Variablen, stehen aber dabei auch in einem stetigen Verhältnis zu einander, und es fällt der Differentiation zu, dieses Verhältnis und dessen quantitativen Exponenten zu entdecken. Hegels Antwort auf die erste Frage oben ist also klar: „da die Differentialrechnung das specifische hat, mit qualitativen Größenformen zu operiren, so muss ihr eigenthümlicher mathematischer Gegenstand die Behandlung von Potenzenformen seyn" (GW 21, 275).

Wie aber ist die zweite Frage zu beantworten? Da Hegel darauf besteht, dass dx nicht mehr als „Zuwachs", durch den x vermehrt wird, verstanden werden soll, wie kann es noch sinnvoll sein, dy/dx durch die Entwicklung des Binomiums $(x + dx)^n$ zu suchen? Es bleibt sinnvoll, Hegel zufolge, weil es einen anderen Grund gibt, der Funktion x^n die Form eines Binomiums zu geben.

Auch wenn wir den Gedanken, dx sei ein Zuwachs, beiseitesetzen, bleibt x selbst als Quantum eine Summe; und schon aus diesem Grund kann die Funktion x^n als $(y + z)^n$ oder als $(a + b + c)^n$ usw. dargestellt werden (vgl. GW 21, 279–80). Die Form einer Summe oder einer Reihe als solcher ist jedoch für „das Finden der Entwicklungsfunctionen der Potenz" nicht erforderlich (GW

[69] Siehe auch Wolff (1986), S. 256–7.

21, 280). Diese abgeleiteten Funktionen sind Verhältnisse, die in der ursprünglichen „Potenzenbestimmung“ immanent sind; um solche abgeleitete Funktionen zu finden, ist es daher nur erforderlich, die Potenzenbestimmung selbst als Verhältnis oder Beziehung aufzufassen. „Von der Summe“, schreibt Hegel, ist daher „nur die *Beziehung* aufzunehmen“, und x bzw. x^n braucht nur als ein Binomium, nicht als ein Polynom, dargestellt zu werden (GW 21, 280).

Als Beziehung ist x, Hegel zufolge, nicht als eine Summe anderer Zahlen (d. h. als a + b + c) zu verstehen, sondern als eine Größe mit sozusagen einem „**plus** an ihr selbst“. Dieses Plus ist aber nicht als ein Inkrement oder Quantum, wodurch x vermehrt wird, zu denken; es ist vielmehr etwas Unbestimmtes, das nur anzeigen soll, dass x als Beziehung in sich mehr ist als eine einfache Identität. Dieses Plus, so Hegel, kann daher durch den einfachen „Factor Eins“ bezeichnet, und x^n als das Binomium $(x + 1)^n$ dargestellt, werden (GW 21, 280–1).

Hegels Argument kann künstlich aussehen, aber sein Grundgedanke ist leicht zu verstehen. Eine Funktion x^n ist innerhalb ihrer selbst sowohl als Quantum oder Wurzel, als auch als Potenz, eine Beziehung oder ein Verhältnis; ja sie enthält implizit ein „System von Verhältnißbestimmungen“ (GW 21, 278–9). Um diese weiteren Verhältnisse zu finden, müssen wir daher zuerst die Funktion selbst explizit *als* Beziehung oder Verhältnis fassen; und das heißt wiederum, dass wir ihr die Form eines Binomiums − $(x + 1)^n$ oder sogar $(x + dx)^n$ − verleihen müssen. Die weiteren abgeleiteten Verhältnisse werden dann durch die bekannte Entwicklung dieses Binomiums entdeckt. Der scheinbare „Zuwachs“ oder das Plus in diesem Binomium ist aber kein Quantum, sondern „nur eine *Form* [...], deren ganzer Werth ist, zur Entwicklung behülflich zu seyn“, oder „ein äusseres Mittel für die Entwicklung“ (GW 21, 281; 298). Da die abgeleiteten Verhältnisse selbst allein durch diese Entwicklung, die Hegel „die Potenzirung“ nennt, erzeugt werden, gehören sie nachweislich zur ursprünglichen Funktion. Sie sind daher in Hegels Ausdruck „ganz *Functionen der Potenzirung und der Potenz*“ (GW 21, 279).[70]

Michael Wolff bestätigt, dass Hegels Interpretation des Differentialkoeffizienten als „qualitativ“ „von allen herkömmlichen und von allen bis heute üblichen Auffassungen ab[weicht]“.[71] Andererseits klingen seine Beseitigung des Begriffs der „unendlich-kleinen“ Größe und seine Auffassung von dy/dx als die erste abgeleitete Funktion

[70] Siehe auch Wolff (1986), S. 217–18.
[71] Wolff (1986), S. 252.

einer ursprünglichen, die beide zum Teil Lagrange zu verdanken sind, ausgesprochen modern (vgl. GW 21, 267).[72] Die Frage, inwiefern Hegels philosophische Deutung des Differentialkalküls mit dessen „rigorous formulation“ durch Karl Weierstrass vereinbar ist, überlasse ich anderen, die zur Beantwortung dieser Frage besser qualifiziert sind, als ich.[73] Ich hoffe aber gezeigt zu haben, dass Hegel eine einsichtsvolle, wohlinformierte und mit seiner Logik der Quantität übereinstimmende Interpretation des Kalküls anbietet, die heute noch von Interesse ist.[74]

Literaturverzeichnis

Biard, J./ Buvat, D./ Kervégan, J.-F./ Kling, J.-F./ Lacroix, A./ Lécrivain, A./ Slubicki, M. (1981): *Introduction à la Lecture de La Science de la Logique de Hegel. I. L'Être*, Paris.

Bonsiepen, Wolfgang (1990): „Hegels Theorie des qualitativen Quantitätsverhältnisses“, in: Gert König (Hg.): *Konzepte des mathematisch Unendlichen im 19. Jahrhundert*, Göttingen, S. 100–29.

Boyer, Carl B. (1959): *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York.

Burbidge, John W. (2006): *The Logic of Hegel's Logic. An Introduction*, Peterborough, Ontario.

Dummett, Michael (1991): *Frege. Philosophy of Mathematics*, London.

Euler, Leonhard (1787): *Institutiones Calculi Differentialis*, Ticino.

Frege, Gottlob (GA): *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, hrsg. v. Joachim Schulte, Stuttgart 1987.

[72] Hegel verwirft jedoch die „Methode der Reihen“, die Lagrange hundert Jahre nach Newton wieder aufgenommen hat (GW 21, 264).
[73] Siehe Boyer (1959), S. 284 ff.
[74] In diesem Kapitel habe ich mich ausschließlich auf Hegels Interpretation der Differentialrechnung konzentriert. Für seine Gedanken über die Integralrechnung, siehe GW 21, 292 ff.

Frege, Gottlob (2008): *Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien*, hrsg. v. Günther Patzig, Göttingen.

Hartmann, Klaus (1999): *Hegels Logik*, hrsg. v. Olaf Müller, Berlin.

Hegel, Georg Wilhelm Friedrich (1992): *Enzyklopädie der Philosophischen Wissenschaften im Grundrisse (1830)*, hrsg. v. Wolfgang Bonsiepen und Hans-Christian Lucas (Gesammelte Werke, Bd. 20), Hamburg.

Hegel, Georg Wilhelm Friedrich (1978): *Wissenschaft der Logik. Erster Band: die Objektive Logik (1812/1813)*, hrsg. v. Friedrich Hogemann und Walter Jaeschke (Gesammelte Werke, Bd. 11), Hamburg.

Hegel, Georg Wilhelm Friedrich (1985): *Wissenschaft der Logik. Erster Teil: die Objektive Logik. Erster Band: die Lehre vom Sein (1832)*, hrsg. v. Friedrich Hogemann und Walter Jaeschke (Gesammelte Werke, Bd. 21), Hamburg.

Houlgate, Stephen (2006): *The Opening of Hegel’s Logic. From Being to Infinity*, West Lafayette, Indiana.

Houlgate, Stephen (2011): “Essence, Reflexion, and Immediacy in Hegel’s *Science of Logic*”, in: Stephen Houlgate and Michael Baur (ed.): *A Companion to Hegel*, Oxford, S. 139–58.

Houlgate, Stephen (2014a): “Hegel on the Category of Quantity”, in: *Hegel Bulletin* 35, 1, S. 16–32.

Houlgate, Stephen (2014b): „Der Anfang von Hegels Logik“, in: Anton Friedrich Koch/ Friederike Schick/ Klaus Vieweg/ Claudia Wirsing (Hg.): *Hegel – 200 Jahre Wissenschaft der Logik*, Hamburg, S. 59–70.

Kant, Immanuel (KdrV): *Kritik der reinen Vernunft*, hrsg. v. Raymund Schmidt, Hamburg 1990.

Lagrange, Joseph-Louis (1847): *Théorie des Fonctions Analytiques contenant les Principes du Calcul Differentiel*, Paris.

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1921): *Nouveux Essais sur l'Entendement Humain*, Paris.

McTaggart, John M. E. (1910): *A Commentary on Hegel's Logic*, Cambridge.

Newton, Isaac (1687): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, London.

Pierini, Tommaso (2014): „Das Sein ‚innerhalb seiner selbst': Qualität und Quantität", in: Anton Friedrich Koch/ Friederike Schick/ Klaus Vieweg/ Claudia Wirsing (Hg.): *Hegel – 200 Jahre Wissenschaft der Logik*, Hamburg, S. 111–21.

Russell, Bertrand (1919): *Introduction to Mathematical Philosophy*, London.

Spinoza, Baruch de (1925): *Opera*, hrsg.v. Carl Gebhardt, 4 Bde, Heidelberg.

Stekeler-Weithofer, Pirmin (2002): „Die Kategorie der Quantität", in: Anton Friedrich Koch/ Friederike Schick (Hg.): *G.W.F. Hegel: Wissenschaft der Logik*, Berlin, S. 51–73.

Stekeler-Weithofer, Pirmin (2005): *Philosophie des Selbstbewußseins. Hegels System als Formanalyse von Wissen und Autonomie*, Frankfurt a. M.

Weiner, Joan (2004): *Frege Explained. From Arithmetic to Analytic Philosophy*, Chicago.

Winfield, Richard Dien (2012): *Hegel's Science of Logic. A Critical Rethinking in Thirty Lectures*, Lanham, Maryland.

Wolff, Michael (1986): „Hegel und Cauchy. Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik", in: Rolf-Peter Horstmann/ Michael John Petry (Hg.):

Hegels Philosophie der Natur. Beziehungen zwischen empirischer und spekulativer Naturerkenntnis, Stuttgart, S. 197–263.